Question

Soit (u_n) une suite telle que $u_0 \leq u_1$.

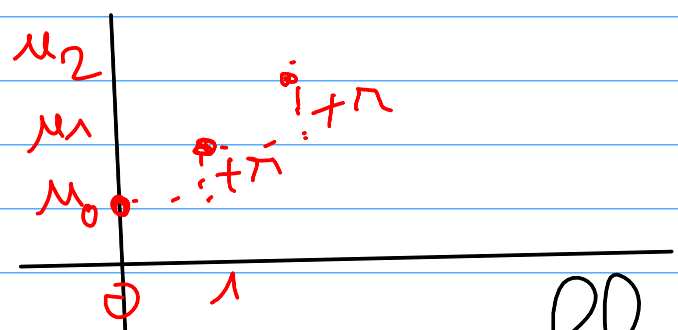
On peut affirmer que :

Faux ① (u_n) est croissante

Faux ② (u_n) est décroissante

Vrai ③ on ne peut pas déter-miner son sens de variation

Si on rajoute l'hypothèse que la suite est arithmétique.



alors $u_0 \leq u_1$ est suffisant pour affirmer que la suite est croissante car $u_1 - u_0 =$ raison et la raison est positive.

Pour les suites géométriques :

1er cas : Si $q > 0$

- $q > 1$ et $u_0 > 0$ la suite est croissante
- $q > 1$ et $u_0 < 0$ la suite est décroissante

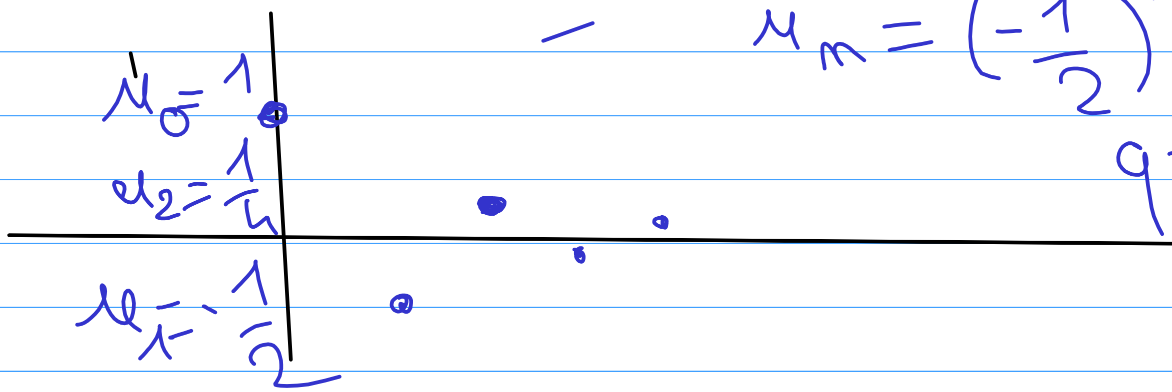
- $0 < q < 1$ et $u_0 > 0$ la suite est décroissante
- $0 < q < 1$ et $u_0 < 0$ la suite est croissante

Règle + simple : Si $q > 0$ alors le sens de variation de la suite géométrique est fixé par la comparaison de u_0 et u_1

⚠ Attention si $q < 0$

La suite géométrique (u_n) n'est pas monotone

$u_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$



$q = -\frac{1}{2}$

$u_3 = -\frac{1}{8}$

Exercice 43 p. 33

• (u_n) géométrique

1) $u_1 = 2 \times u_0 = 6$

• $u_0 > 0$ et $q > 1$ donc la suite est croissante

ou • $q > 0$ et $u_0 < u_1$ donc la suite géométrique est croissante.

2) $v_0 = -1$ et $q = \frac{4}{5}$

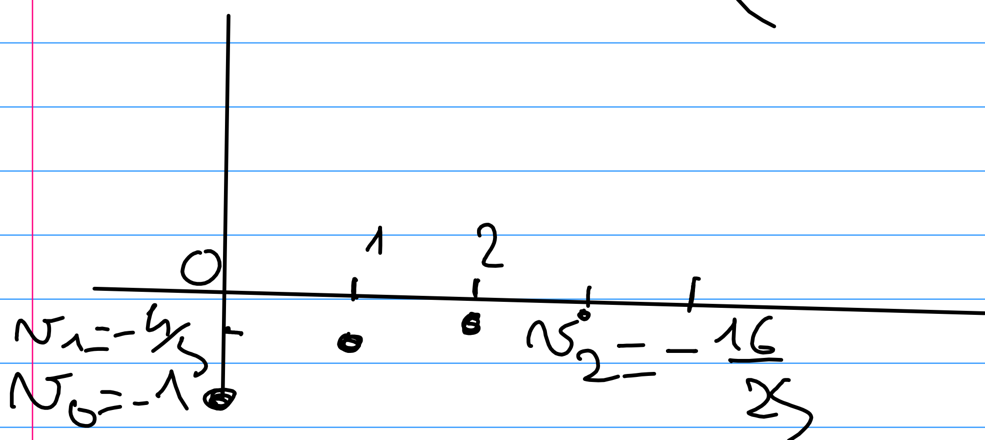
• $v_0 < 0$ et $v_1 = \frac{4}{5} v_0 = -\frac{4}{5}$

Méthode 1 : $v_0 < v_1$ et $q > 0$

donc la suite géométrique (v_n) est croissante

Méthode 2 : $0 < q < 1$ et $v_0 < 0$

donc la suite (v_n) est croissante



3) $w_0 = -\frac{2}{3}$ et $q = \frac{8}{3}$

(w_n) est géométrique

$w_0 = -\frac{2}{3}$ $\qquad$ $w_1 = w_0 \times q = -\frac{16}{9}$

$q > 0$ et $w_1 < w_0$

donc la suite géométrique (w_n) est décroissante.

4) (t_n) géométrique

$t_0 = 0,5$ et $q = 10^{-1}$

$t_1 = t_0 \times q = 0,05$

D'une part $q > 0$ et d'autre part $t_1 < t_0$, donc la suite géométrique (t_n) est décroissante.

Capacité 4

2) a) Pour tout entier $n \geq 0$:

$v_n = u_n - 250$

donc $v_{n+1} = u_{n+1} - 250$

$v_{n+1} = 1,06\, u_n - 15 - 250$

$v_{n+1} = 1,06\, u_n - 265$

$v_{n+1} = 1,06 \times \left(u_n - \frac{265}{1,06}\right)$

$$v_{n+1} = 1{,}06 \times (\underbrace{u_n - 250}_{v_n})$$

$$v_{n+1} = 1{,}06 \times v_n$$

Donc (v_n) est géométrique de raison 1,06.

b) Pour tout entier $n \geq 0$ par propriété des suites géométriques :

$$v_n = v_0 \times 1{,}06^n$$

or $v_0 = u_0 - 250 = 605 - 250$

$$v_0 = 355$$

donc $\boxed{v_n = 355 \times 1{,}06^n}$

or $v_n + 250 = u_n$

donc $u_n = 355 \times 1{,}06^n + 250$

c) La suite (u_n) n'est pas géométrique ni arithmétique.

Mais $u_n = v_n + 250$

avec (v_n) géométrique.

Sens de variation de (v_n) ?
qui est géométrique

- $v_0 > 0$ et $q > 1$
donc (v_n) est croissante.

ou

- $q > 0$ et $v_1 = 355 \times 1,06$
est plus grand que $v_0 = 355$
donc (v_n) est croissante

Pour tout entier $n \geq 0$:

$v_n \leq v_{n+1}$

donc $v_n + 250 \leq v_{n+1} + 250$

donc $u_n \leq u_{n+1}$

donc (u_n) croissante

e) def seuil (s):

```
    n = 0
    u = 605
    while u <= 1000 :
        u = 1.06 * u - 15
```

$n = n + 1$

return n