QCM

1) (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n - 2n \end{cases}$

On étudie le signe de la différence $u_{n+1} - u_n$:

Pour tout entier $n \geq 0$:

$$u_{n+1} - u_n = -2n$$

donc $u_{n+1} - u_n \leq 0$

Donc (u_n) décroissante.

2) (u_n) définie pour tout entier $n > 0$ par:

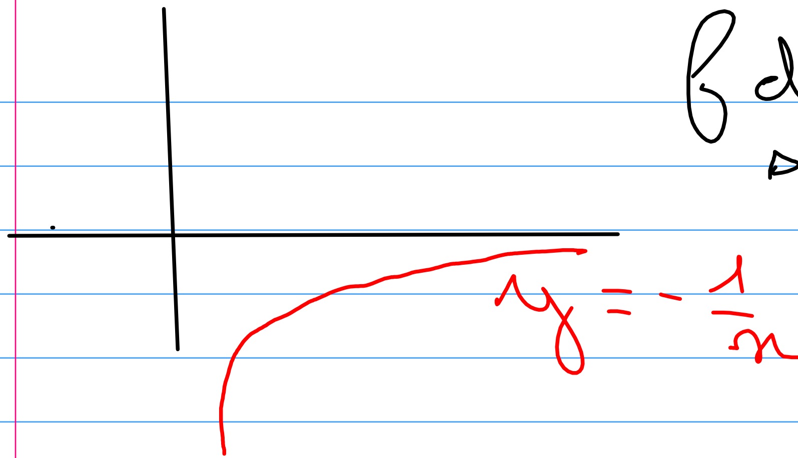
$$u_n = -\frac{1}{n}$$

$u_n = f(n)$ avec f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = -\frac{1}{x}$

$u_1 = -1$

$u_2 = -\frac{1}{2}$

$u_3 = -\frac{1}{3}$



f dérivable sur $]0;+\infty[$

et $f'(x) = -\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

$f'(x) = \frac{1}{x^2}$

$f'(x) > 0$ sur $]0;+\infty[$

donc f strictement croissante sur $]0;+\infty[$ et donc $u_n = f(n)$ est croissante

3) (u_n) géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$ et de premier terme $u_0 = 8$.

On a $q > 0$ donc la suite est monotone.

De plus $u_0 = 8$ et $u_1 = \frac{8}{3}$

donc $u_0 > u_1$

donc (u_n) est décroissante

4) (v_n) géométrique de raison $\frac{1}{3}$ et de premier terme $v_0 = -2$.

$q > \frac{1}{3}$ donc la suite est monotone.

$v_0 = -2$ $\qquad$ $v_1 = -\frac{2}{3}$

$v_0 < v_1$

donc (v_n) est croissante

→ car ~~on~~ sait que (v_n) est monotone.

Cours :

Capacité 7

-1

1) $u_0 = 50$

$u_1 = 100$

$u_2 = 200$

$u_3 = 400$

2) a) Pour tout entier $n \geq 0$:

$$u_{n+1} = u_n \times 2 = 2 \times u_n$$

donc (u_n) est géométrique de raison 2

b) D'après une propriété du cours :

$$u_n = u_0 \times 2^n = 50 \times 2^n$$

c) Au bout de 2 heures :

2 heures $\Leftrightarrow$ 6×20 minutes

On prend $n = 6$

et la population au bout de 2 heures sera de :

$$u_6 = 50 \times 2^6 = 50 \times 64 = 3200 \text{ millions}$$

3) a) 4 h $\Leftrightarrow$ 12×20 minutes

La population sera de :

$$u_{12} = 50 \times 2^{12} = 204\,800 \text{ millions}$$

donc $u_{12} > 200$ milliards

b)

Pas de limite	Limite $+\infty$	Limite finie
$u_n = (-1)^n$	$u_n = n^2$	$\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \ell$
	Limite $-\infty$	avec ℓ réel
	$u_n = -n^2$ ...	
suites divergentes		suites convergentes

On peut conjecturer que $u_n = 50 \times 2^n$ peut dépasser n'importe quel nombre assez grand et donc que

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = +\infty$$

Ce modèle ne peut être valable que pendant une phase de temps fini.

c)

```
def seuil(s):
    u = 50
    n = 0
    while u < s :
        u = u * 2
        n = n + 1
    return n
```

condition d'entrée de boucle :

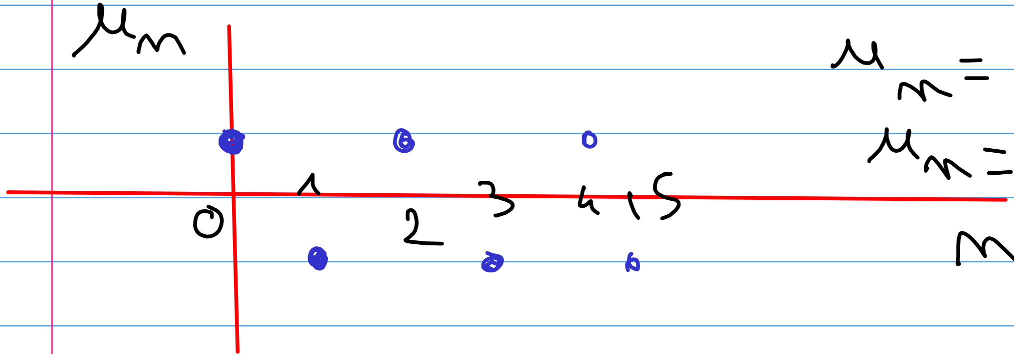
$u < s$

condition de sortie de boucle :

$u >= s$

Remarque :

- $u_n = (-1)^n$ est une suite qui n'a pas de limite.



$u_n = 1$ si n pair

$u_n = -1$ si n impair