Séance du 4/06/2020

Partie 1 : Applications du produit scalaire

https://frederic-junier.github.io/Premiere/

Capacité 8 :

1) Soit Γ l'ensemble des points $M(x;y)$ dont les coordonnées vérifient

$$x^2+y^2+2=0$$

$M(x;y) \in \Gamma \iff x^2+y^2+2=0$

$M(x;y) \in \Gamma \iff x^2+y^2=-2$

L'égalité $x^2+y^2=-2$ n'est jamais vérifiée car pour tous réels x et y, on a :

$$x^2+y^2 \geq 0$$

Propriété 8 : Si $\mathcal{C}$ est un cercle alors une équation est de la forme

$x^2+ax+y^2+by+c=0$

Le contre-exemple que nous venons d'étudier prouve que la réciproque de la propriété P' est donc fausse.

2) Soit Γ l'ensemble des points $M(x;y)$ dont les coordonnées vérifient $x^2-2x+y^2+6y-26=0$

$M(x;y)\in\Gamma \iff x^2-2x+y^2+6y-26=0$

On a les débuts de développements remarquables : $a^2-2ab+b^2$

ou $c^2+2cd+d^2$

On va compléter ces développements remarquables pour factoriser

$$M(x;y)\in\Gamma \iff \underbrace{x^2-2\times1\times x+1^2}-1^2 + \underbrace{y^2+2\times3\times y+3^2}-3^2 - 26 = 0$$

$M(x;y)\in\Gamma \iff (x-1)^2+(y+3)^2-36=0$

$M(x;y)\in\Gamma \iff (x-1)^2+(y+3)^2=36$

$M(x;y)\in\Gamma \iff (x-1)^2+(y-(-3))^2=6^2$

Γ est donc le cercle de centre $\Omega(1\,;-3)$ et de rayon 6

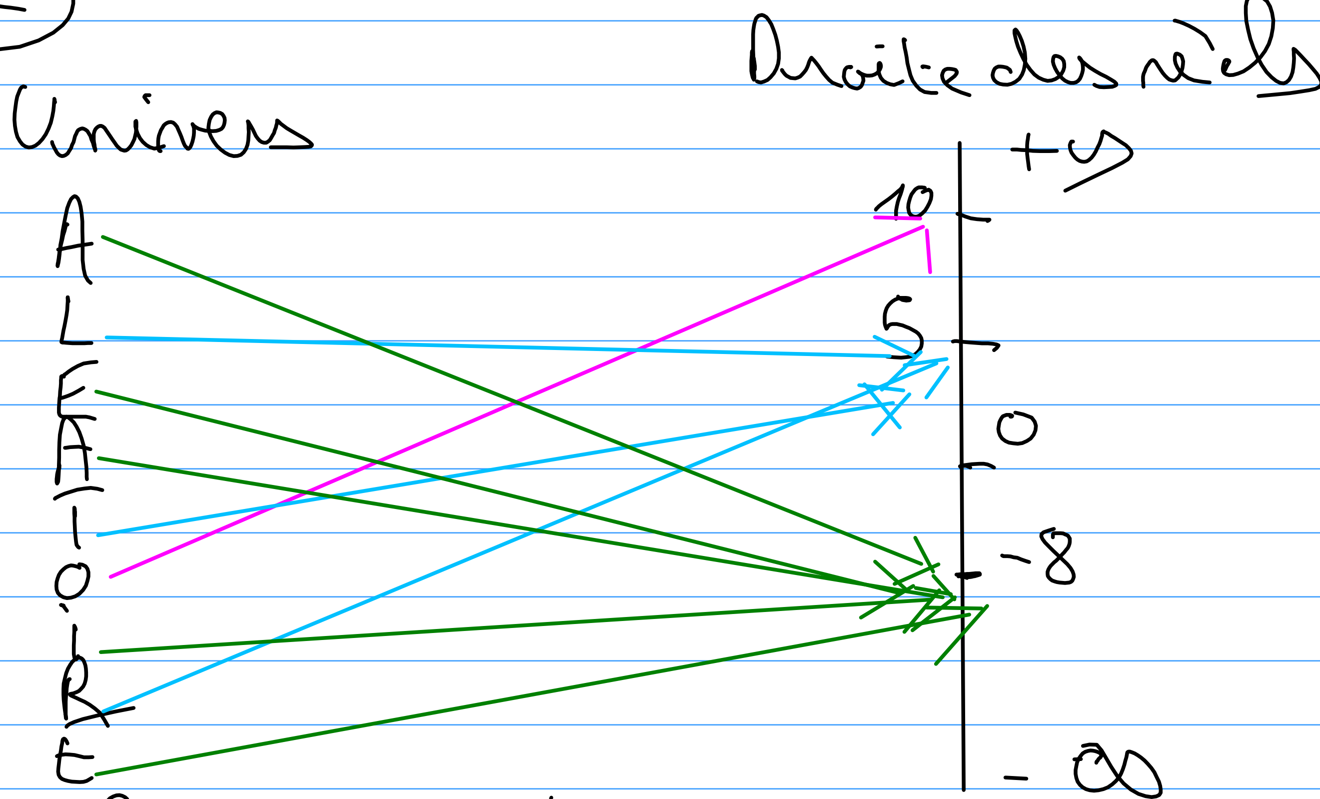
Partie 2 Variables aléatoires

Situation A p. 308

1. L'univers de cette expérience aléatoire est constitué de 9 issues élémentaires, les lettres du mot ALEATOIRE, en distinguant les lettres de même valeur. (les deux A et les deux E)

On peut définir sur Ω une loi de probabilité uniforme. Chaque lettre a une probabilité de $\frac{1}{9}$.

2



La relation qui à une issue de l'univers associe un gain est une fonction, c'est une variable aléatoire notée X.

X peut prendre 3 valeurs : -8, 5 et 10.

3) L'évènement $\{X=5\}$ est réalisé par trois issues, les lettres L, T et R

4)

4) Probabilité de l'événement $\{X=5\}$:

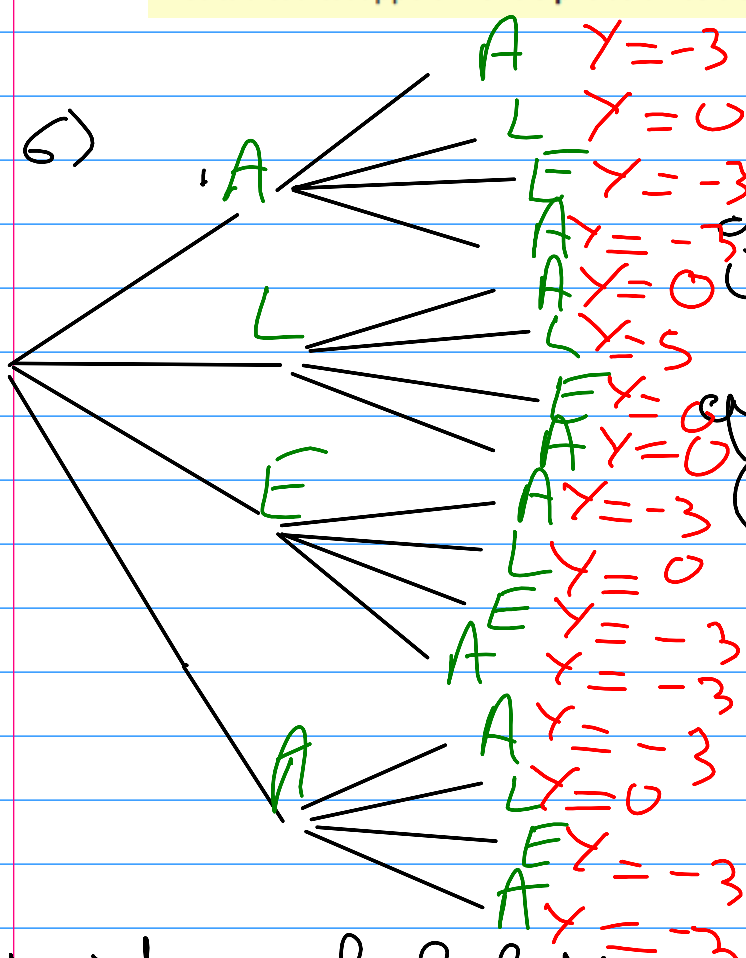
$$\boxed{P(\{X=5\}) = P(X=5) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}}$$

Recopier et compléter le tableau suivant.

Valeurs k de X	-8	5	10
Probabilité $P(X=k)$	$5/9$	$1/3$	$1/9$

Ce tableau est appelé « **loi de probabilité de la variable aléatoire X** ».

6)



L'univers est désormais de $4\times 4 = 16$ issues élémentaires équiprobables qui sont les couples (lettre tirage 1, lettre tirage 2)

Loi de probabilité de la v.a. Y :

k	-3	0	5
$P(Y=k)$	$\frac{3\times 3}{16}$	$6/16$	$1/16$

$P(Y=-3)+P(Y=0)+P(Y=5)=1$

Activité 2 : voir corrigé des exemples du cours

https://frederic-junier.github.io/Premiere/VariablesAleatoires/Cours/Corrige-VariablesAleatoires-2019.p

Exercice 2 p. 324 :

1) La variable aléatoire X peut prendre les valeurs 2, 7 et -10.

2) $\{X=9\} = \{X=2+7\}$ est réalisé par l'issue multiple de 2 et de 7 et ≤ 15 c'est-à-dire 14.

3) L'évènement $\{X \leq 0\} = \{X=-10\}$ est réalisé par sept issues : $\{1, 3, 5, 9, 11, 13, 15\}$

loi de probabilité de X :

k	-10	2	7	9
$P(X=k)$	$\frac{7}{15}$	$\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$

Exercice 5 p. 324 :

- Une probabilité doit toujours être comprise entre 0 et 1.
- la somme des probabilités pour les différentes valeurs d'une v.a. doit être égale à 1

5 Parmi les tableaux suivants, le(s)quel(s) peuvent représenter la loi de probabilité d'une variable aléatoire X ?

x_i	5	10	15	20
$P(X = x_i)$	0	1,2	0,1	0,7

→ Non

x_i	5	10	15	20
$P(X = x_i)$	0,32	0,23	0,22	0,23

→ oui

x_i	5	10	15	20
$P(X = x_i)$	0,3	–0,4	0,8	0,3

→ Non

x_i	5	10	15	20
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

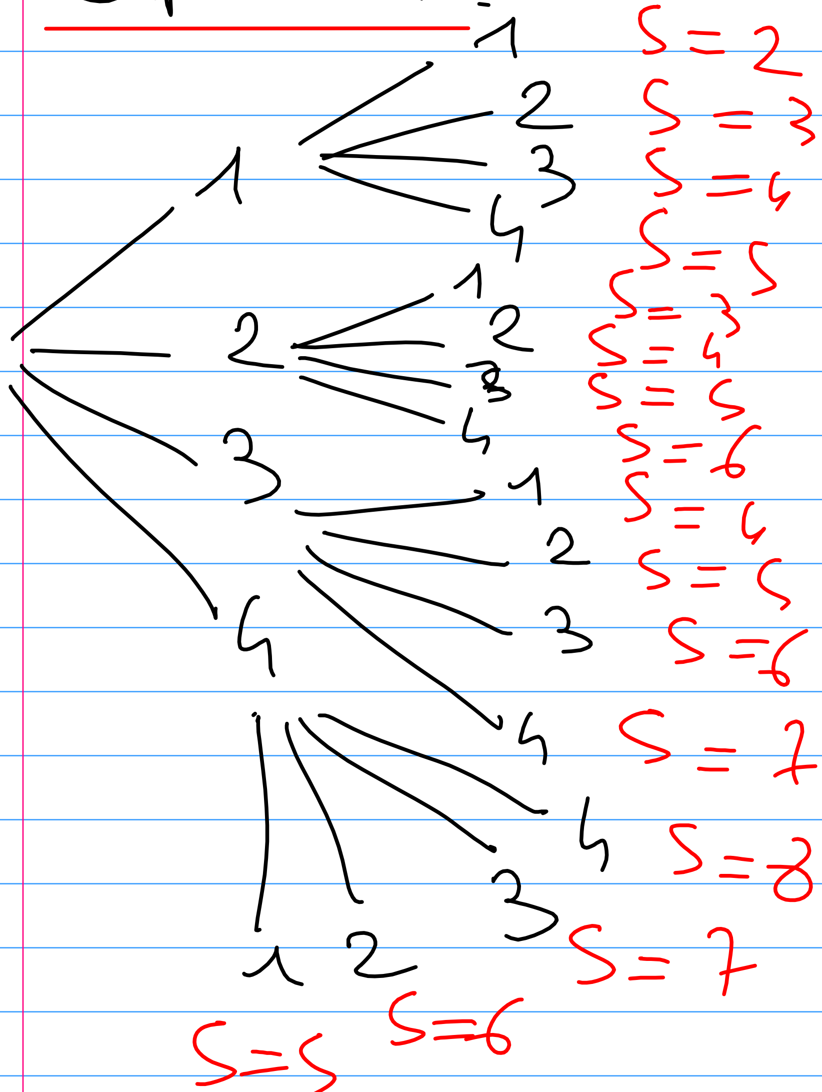
→ oui

x_i	5	10	15	20
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{16}$

→ $\frac{1}{8} + \frac{7}{16} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} > 1$

Non

Capacité 1 :



Il y a $4 \times 4 = 16$ issues équi-probables dans l'univers

Soit S la variable aléatoire qui prend pour valeurs la somme des deux faces obtenues

k	2	3	4	5	6	7	8
$P(S=k)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

La probabilité d'obtenir une face paire est : $8/16 = 1/2$

Capacité 2 :

k	2	3	4	5	6	7	8
$P(S=k)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

1) $P(X=3) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

2) $P(X \leq 3) = P(X=2) + P(X=3)$

$= \frac{1}{16} + \frac{2}{16} = \frac{3}{16}$

3) $P(X>3) = P(X \geq 4)$

$\{X>3\}$ est l'événement contraire de $X \leq 3$

donc $P(X>3) = 1 - P(X \leq 3)$

$= 1 - \frac{3}{16} = \frac{13}{16}$

4) $P(X \geq 3) = P(X>3) + P(X=3)$

$P(X \geq 3) = \frac{13}{16} + \frac{2}{16} = \frac{15}{16}$