QCM

Question 5 :

(u_n) suite géométrique définie à partir du rang 0 et de raison $0 \leq q \leq 1$ avec $u_0 \leq 0$.

Elle est croissante car la raison est positive et $u_1 \geqslant u_0$:

$$u_1 = u_0 \times q$$

or $u_0 < 0$

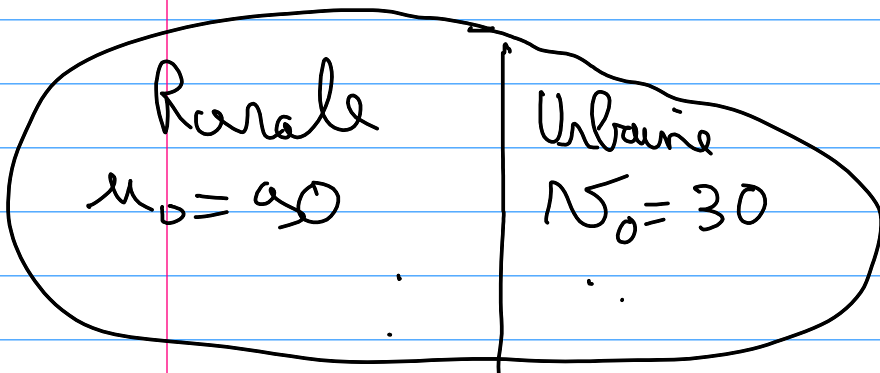
donc $u_0 \leq u_1 < 0$

$$u_0 - u_1 = u_0 - u_0 \times q = \underbrace{u_0}_{u_0 \leq 0} \underbrace{(1-q)}_{\geqslant 0 \text{ car } q \leq 1}$$

donc $u_0 - u_1 \leq 0$

$$u_0 \leq u_1$$

Activité 1 du cours.



en 2010
$n = 0$

1) La population est constante égale à 120 donc pour tout entier $n \geq 0$:

$$\boxed{u_n + v_n = 120}$$

2) On peut écrire :

en B3 : $= 120 - C3$

en C3 : $= 0{,}95 * C2 + 0{,}1 * B2$

3) On peut conjecturer que :
u_n tend vers 40 quand n tend vers $+\infty$

et v_n tend vers $120 - 40 = 80$

4) Pour tout entier naturel n :

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge]
& \text{année } n & \text{année } n+1 \\
\text{ruraux} & u_n \arrow[r, bend left, "0{,}9\,u_n"] \arrow[dr, "0{,}1\,u_n"] & u_{n+1} \\
\text{urbains} & v_n \arrow[ur, "0{,}05\,v_n"] \arrow[r, bend right, "0{,}95\,v_n"'] & v_{n+1}
\end{tikzcd}$$

$$u_{n+1} = 0{,}9\,u_n + 0{,}05\,v_n$$

$$u_{n+1} = 0{,}9\,u_n + 0{,}05\,(120 - u_n)$$

$$\boxed{u_{n+1} = 0{,}85\,u_n + 6}$$

5) a) Pour tout entier $n \geq 0$:

$$w_n = u_n - 40$$

$$w_{n+1} = u_{n+1} - 40$$

$$w_{n+1} = 0{,}85\,u_n + 6 - 40$$

$$w_{n+1} = 0{,}85\,u_n - 34$$

$$w_{n+1} = 0{,}85\left(u_n - \frac{34}{0{,}85}\right)$$

$$w_{n+1} = 0{,}85\,(u_n - 40)$$

$$v_{n+1} = 0,85\, v_n$$

Donc (v_n) est une suite géométrique de raison $0,85$.

b) D'après une propriété du cours :

$$v_n = v_0 \times q^n$$

donc $v_n = (u_0 - 40) \times 0,85^n$

$$v_n = 50 \times 0,85^n$$

donc $u_n = v_n + 40$

$$\boxed{u_n = 50 \times 0,85^n + 40}$$

$v_n = 120 - u_n$

Capacité 6

1) $b_0 = 1$

$b_1 = \frac{3}{4}$

A l'étape 2, pour chaque carreau non colorié à l'étape 1, il reste $\frac{3}{4}$ non colorié.

$$b_2 = \frac{9}{16} = \frac{3 \times 3}{4^2} = \frac{3^2}{4^2} = \frac{3}{4} \times b_1$$

$$b_3 = \frac{3^2 \times 3}{4^3} = \frac{3^3}{4^3} = \frac{3}{4} \times b_2$$

On conjecture que $b_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n$

c'est le cas car pour tout entier $n \geq 0$:

$$b_n \xrightarrow{\times 3/4} b_{n+1}$$

donc $b_{n+1} = \frac{3}{4} b_n$

donc (b_n) géométrique de raison $3/4$

2) donc on a la formule directe :

$$b_n = b_0 \times q^n$$

$$b_n = 1 \times \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

3) On peut conjecturer que (b_n) tend vers 0

4)

$b_{n+1} = b_n \times 0.75$

```
def seuil():
    b = 1
    n = 0
    while b >= 0.01:
        b = b * 0.75
        n = n + 1
    return n
```

condition d'entrée de boucle

Condition de sortie du boucle :

$b_n < 0{,}01$