QCM sur les variables aléatoires

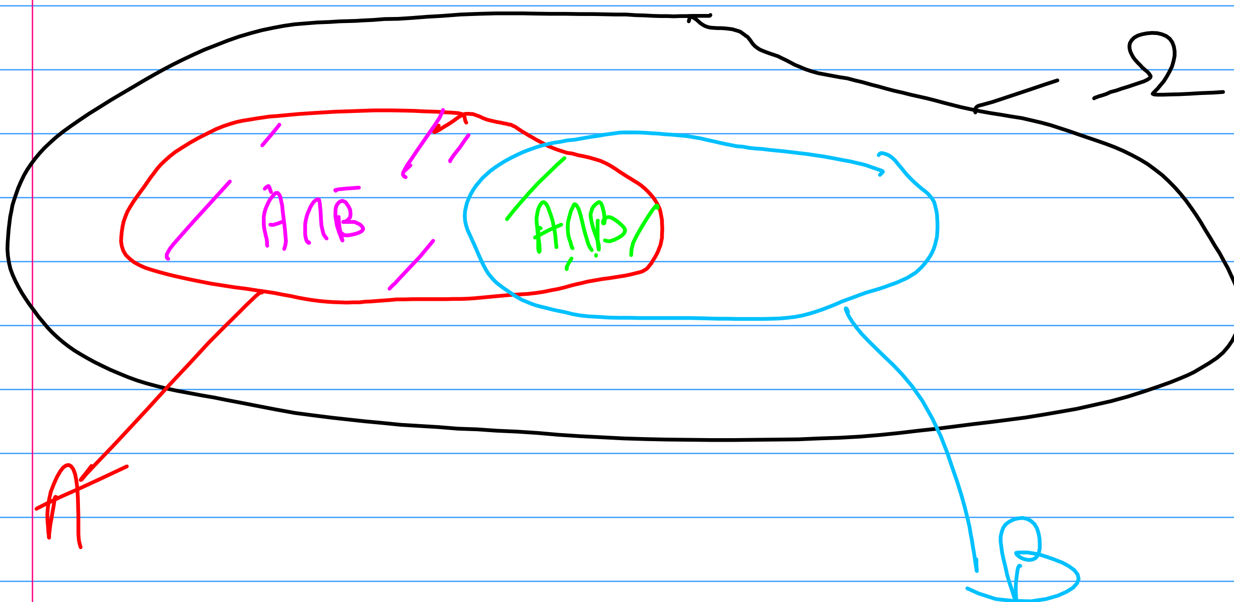
Lien vers le QCM :

https://link.dgpad.net/dN8g

Question 1 :

On a : $P(A)=0{,}4$ $\quad P(B)=0{,}6$

$$P(A\cap\overline{B})=0{,}3$$



$A=(A\cap\overline{B})\cup(A\cap B)$ avec $(A\cap B)\cap(A\cap\overline{B})=\emptyset$

donc d'après la formule du crible :

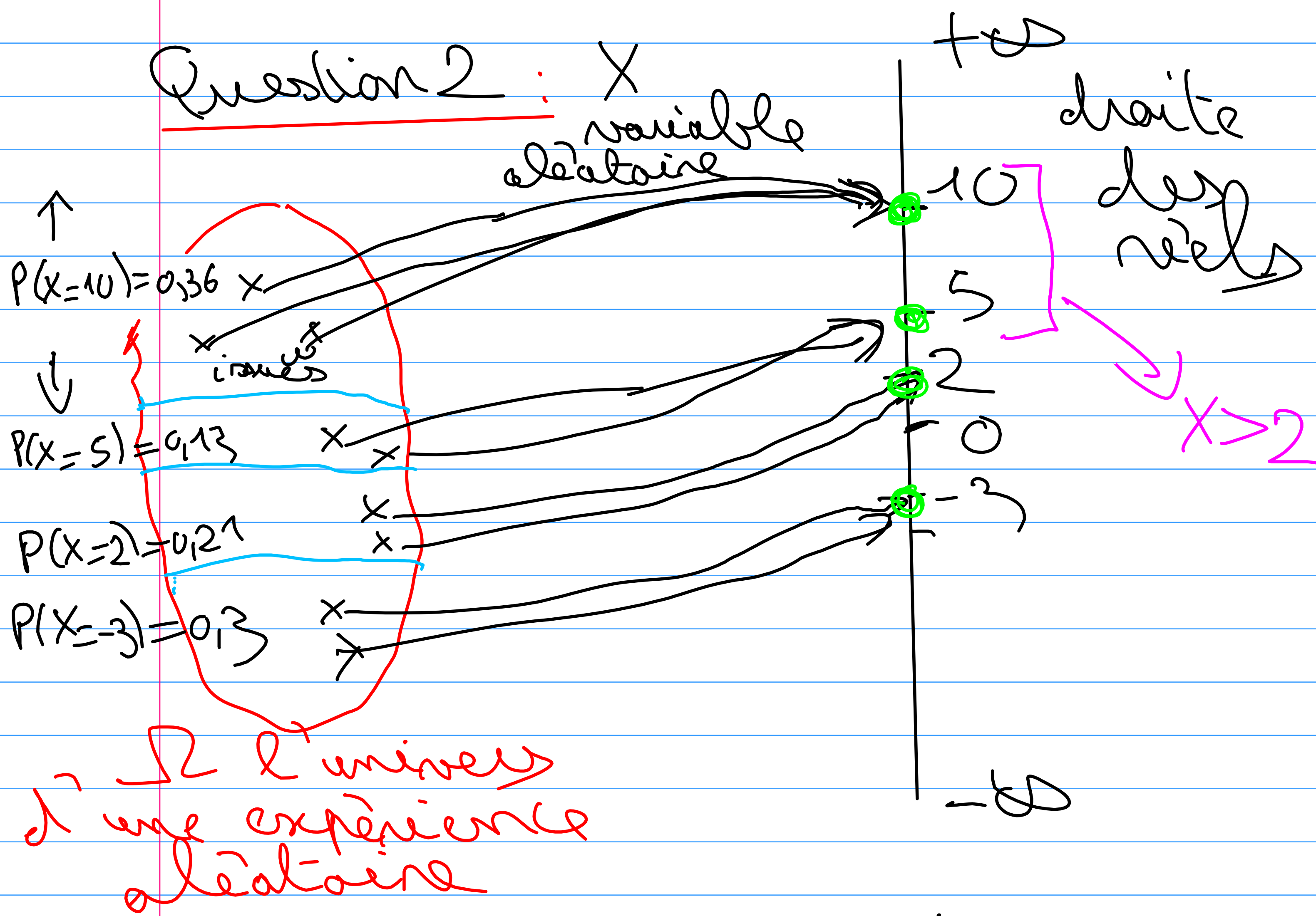
$$P(A)=P(A\cap\overline{B})+P(A\cap B)$$

$$0{,}4=0{,}3+P(A\cap B)$$

donc $\quad P(A\cap B)=0{,}1$

⚠ On n'a pas forcément
$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$
car A et B ne sont pas nécessairement indépendants.

Question 2 : X variable aléatoire



L'évènement $\{X > 2\}$ est réalisé par toutes les issues dont l'image par X est >2.

$$\{X>2\} = \{X=5\} \cup \{X=10\}$$

donc $P(X>2) = P(X=5) + P(X=10)$
$= 0,13 + 0,36 = 0,49$.

Question 4 :

On considère la loi de probabilité de la variable aléatoire X donnée par le tableau ci-dessous :

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
k	-5	0	10	20	50
$P(X=k)$	$0,71$	$0,03$	$0,01$	$0,05$	$0,2$
	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5

L'espérance de X est :

Moyenne en statistique :

	Tronc commun	Spé
Notes	12	13
Coef	0,7	0,3

Moyenne $= \dfrac{0,7\times12+0,3\times13}{0,7+0,3} = 0,7\times12+0,3\times13$

Ici l'espérance de X est égale à

$E(X) = -5 \times 0{,}71 + 0 \times 0{,}03 + 10 \times 0{,}01$
$+ 20 \times 0{,}05 + 50 \times 0{,}2$

$E(X) = -3{,}55 + 0{,}1 + 1 + 10$

$E(X) = 7{,}55$

<u>Question 5 :</u>

La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau ci-dessous :

Valeurs x_i	-2	0	5
$p_i = P(X = x_i)$	$0{,}3$	$0{,}5$	$0{,}2$

L'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X est égale à :

$E(X) = -2 \times 0{,}3 + 0 \times 0{,}5 + 5 \times 0{,}2$

$E(X) = 0{,}4$

Question 8 :

À un jeu, la variable aléatoire donnant le gain algébrique G suit la loi de probabilité suivante (en euros) :

Valeurs de G	-25	-3	x	100
Probabilité	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	0,3	0,2

Sachant que l'espérance de G est égale à $\frac{38}{3}$, la valeur de x est :

On résout l'équation :

$$-25\times\frac{1}{3}+(-3)\times\frac{1}{6}+x\times 0{,}3+100\times 0{,}2=\frac{38}{3}$$

$$\frac{-25}{3}-\frac{1}{2}+0{,}3x+20=\frac{38}{3}$$

$$0{,}3x=\frac{38}{3}+\frac{25}{3}+\frac{1}{2}-\frac{60}{3}$$

$$0{,}3x=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

$x = 5$

Question 9 :

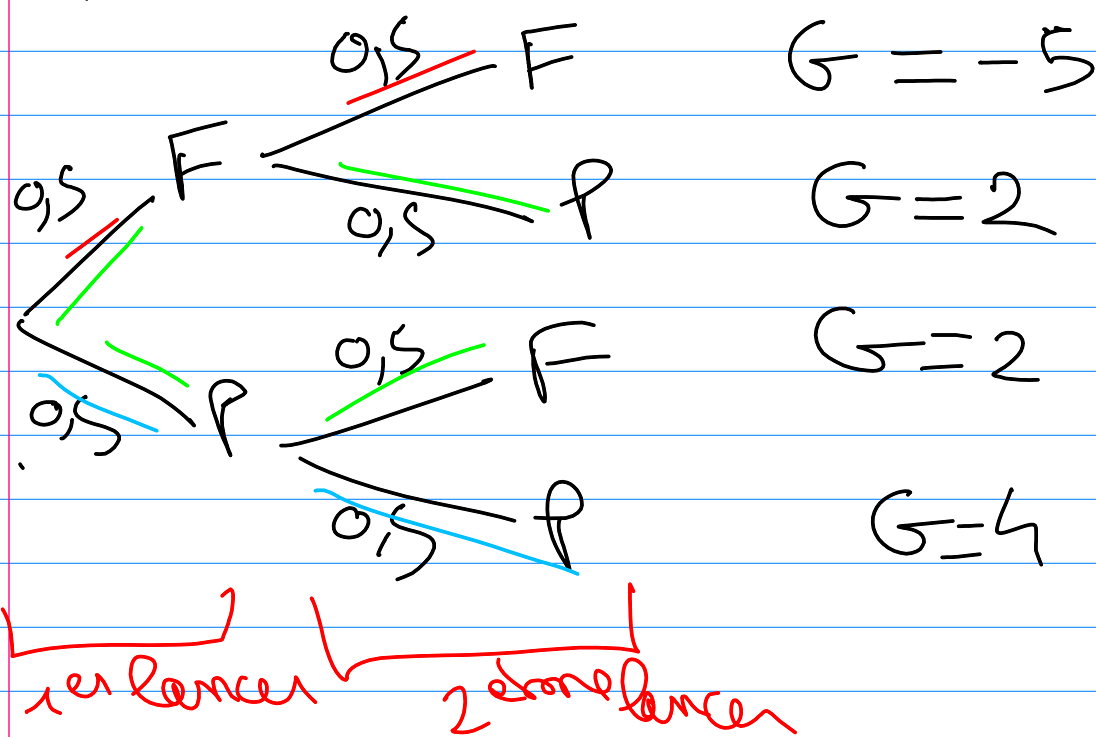
Loi de probabilité de G :

k	-5	2	4
$P(G=k)$	$0{,}5^2$	$0{,}5^2 + 0{,}5^2 = 0{,}5$	$0{,}5^2$

$P(G=2) = 1 - P(G=-5) - P(G=4)$

Arbre de probabilités pondérées modélisant l'expérience.

F : "Face" P : "Pile"



Espérance de G :

$E(G) = -5 \times 0{,}5^2 + 2 \times 0{,}5 + 4 \times 0{,}5^2$

$E(G) = 0{,}75$

Question 3 :

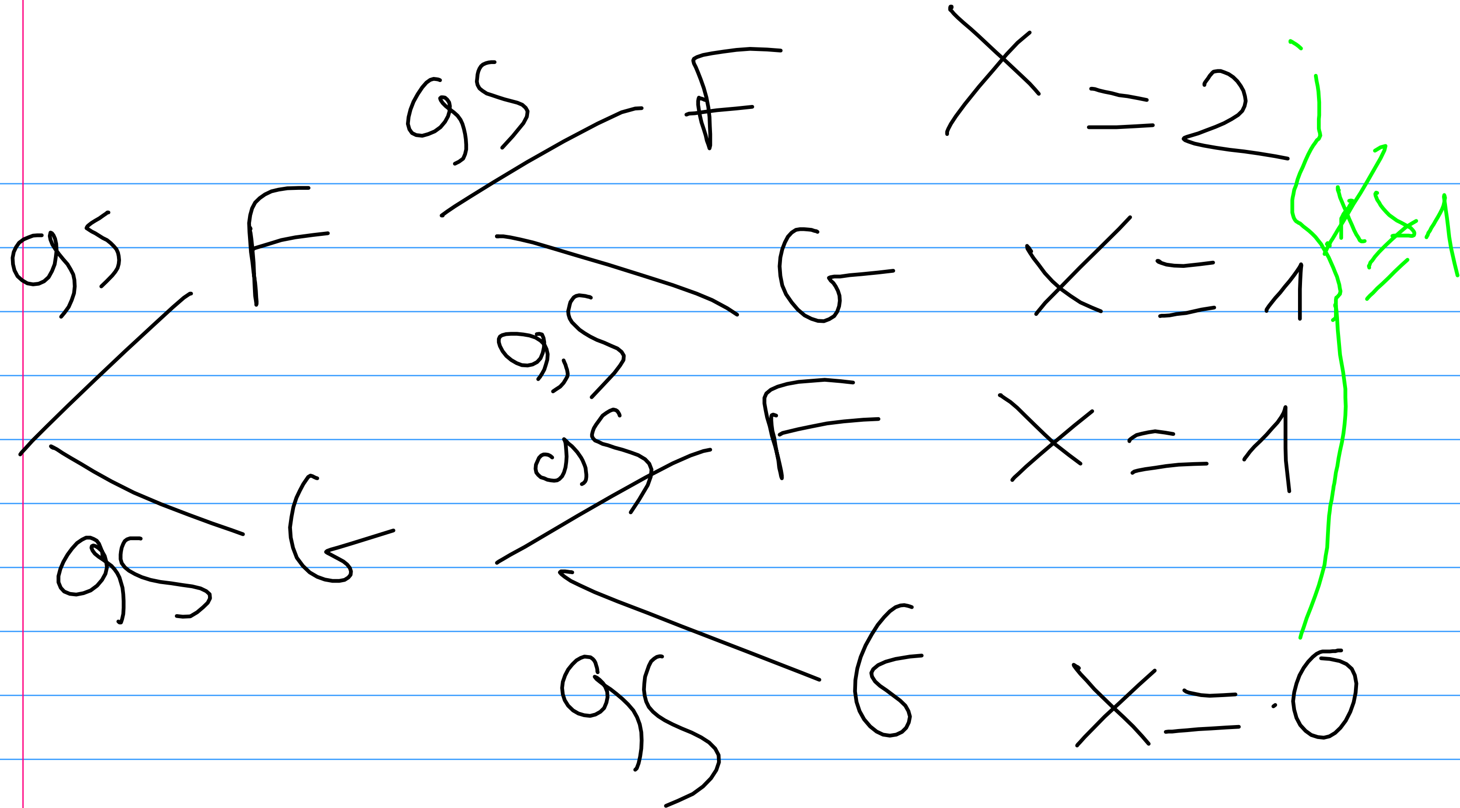
On choisit au hasard un couple ayant deux enfants et on note X la variable aléatoire égale au nombre de filles du couple. On admet quela probabilité qu'un enfant soit une fille est égale à 0,5 et qu'il y a indépendance du sexe de l'enfant entre deux naissances.

Déterminer $P(X \geqslant 1)$.

F = "Fille"

G = "Garçon"

X : v.a. donnant le nombre de filles



$$\{X \geq 1\} = \{X=2\} \cup \{X=1\}$$

donc

$$P(X \geq 1) = P(X=2) + P(X=1)$$

Il est plus simple de raisonner sur l'évènement contraire qui est :

$$\{X<1\} = \{X=0\}$$

et $P(X=0) = 0,5^2$

On retrouve ainsi :

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$$

$$P(X \geq 1) = 1 - 0,5^2 = 0,75$$