

Nom : Prénom :

La qualité de la rédaction et le soin de la présentation seront pris en compte dans l'évaluation.

Toutes les réponses doivent être justifiées, tous les calculs doivent être détaillés.

Le sujet comporte quatre exercices répartis sur trois pages, il doit être rendu avec la copie.

Une calculatrice à mémoire programmable n'est autorisée que si le mode examen est activé par le surveillant en début d'épreuve.

Exercice 1 sur ... points

Les probabilités seront données sous forme de fraction irréductible.

L'animatrice d'une maison de retraite propose deux sorties aux 80 résidents : la visite d'une fromagerie et la visite d'un musée. Sur les 80 résidents,

- 30 résidents se sont inscrits à la visite de la fromagerie,
- 25 résidents se sont inscrits à la visite du musée,
- 20 résidents se sont inscrits aux deux visites.

1. Compléter le tableau d'effectifs ci-dessous. Aucune justification n'est exigée.

	Inscrits à la visite de la fromagerie	Non inscrits à la visite de la fromagerie	Total
Inscrits à la visite du musée			
Non inscrits à la visite du musée			
Total	30		80

2. On choisit un résident au hasard.

On note F l'évènement : « le résident est inscrit à la visite de la fromagerie ».

On note M l'évènement : « le résident est inscrit à la visite du musée ».

- Déterminer les probabilités $P(F)$ et $P(M)$.
 - Définir par une phrase l'évènement $F \cap M$ et calculer la probabilité de cet évènement.
 - Calculer la probabilité que le résident choisi au hasard soit inscrit à la visite de la fromagerie ou à la visite du musée.
3. Déterminer $P_F(M)$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
- Montrer que si un résident n'est pas inscrit à la visite du musée, alors il y a plus de 8 chances sur 10 pour qu'il ne soit pas inscrit à la visite de la fromagerie.
 - L'animatrice affirme que si un résident n'est pas inscrit à une des visites, il y a une forte probabilité qu'il ne soit pas inscrit à l'autre.
Cette affirmation est-elle correcte? Justifier la réponse.

Exercice 2 sur ... points

Un nutritionniste isole les fiches de ses patients seniors (plus de 60 ans). Parmi eux, certains, souffrant de troubles cardio-vasculaires, doivent suivre un régime sans sel.

Il remarque que :

- parmi ses 200 patients seniors, 96 sont des hommes et 104 sont des femmes ;
- parmi les hommes seniors, 60 suivent un régime sans sel ;
- parmi les femmes seniors, 26 suivent un régime sans sel.

Un nutritionniste choisit une fiche au hasard parmi celles des patients seniors. Chaque fiche a la même probabilité d'être choisie.

Pour tout évènement A , on note $P(A)$ sa probabilité et \bar{A} l'évènement contraire de A .

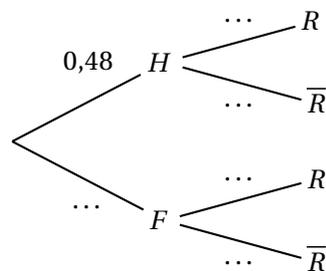
Si B est un évènement de probabilité non nulle, la probabilité de A sachant B est notée $P_B(A)$.

On considère les évènements suivants :

- H : « la fiche est celle d'un homme » ;
- F : « la fiche est celle d'une femme ».
- R : « la fiche est celle d'un patient senior suivant un régime sans sel ».

Dans les questions suivantes, on donnera les valeurs exactes des probabilités demandées.

- Vérifier que $P(H) = 0,48$.
 - Compléter l'arbre pondéré de probabilités ci-dessous.



- Décrire par une phrase l'évènement $H \cap R$, puis calculer $P(H \cap R)$.
 - Démontrer que la probabilité de l'évènement R est égale à 0,43.
 - Les évènements R et H sont-ils indépendants? Justifier la réponse.
 - On choisit la fiche d'un patient qui ne suit pas un régime sans sel. Déterminer la probabilité que le patient soit un homme.

Exercice 3 sur points

Une épicerie possède une caissière humaine et une caisse automatique. Lors d'un jour d'ouverture, la probabilité que la caissière humaine soit malade est de 0,02 et la probabilité que l'automate soit en panne est de 0,001. Les indisponibilités de la caissière et de l'automate sont des évènements indépendants. L'épicerie peut accueillir des clients si la caissière ou l'automate est disponible.

On choisit un jour d'ouverture habituelle de l'épicerie, déterminer la probabilité qu'elle puisse ouvrir.

Exercice 4 sur ... points

Une commune dispose de 400 voitures et propose un système de locations de ces voitures selon les modalités suivantes :

- chaque voiture est louée pour une durée d'un mois ;
- la location commence le 1^{er} jour du mois et se termine le dernier jour du même mois ;
- le nombre de voitures louées est comptabilisé à la fin de chaque mois.

À la fin du mois de janvier 2019, 280 voitures ont été louées avec ce système de location.

Le responsable de ce système souhaite étudier l'évolution du nombre de locations de voitures.

Pour cela il modélise le nombre de voitures louées chaque mois par une suite (u_n) , où, pour tout entier naturel n , u_n représente le nombre de voitures louées le n -ième mois après le mois de janvier 2019. Ainsi $u_0 = 280$.

On admet que cette modélisation conduit à l'égalité : $u_{n+1} = 0,9u_n + 42$.

1. Combien de voitures ont-elles été louées avec ce système de location au mois de février 2019?
2. À l'aide du mode suite de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs ci-dessous en arrondissant à 0,01 près :

n	0	1	17	18	19	20
u_n	280	398,99	401,09	402,98

3. Pour tout entier naturel n , on pose : $v_n = u_n - 420$.
 - a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,9 et préciser son premier terme v_0 .
 - b. Pour tout entier naturel n , exprimer v_n en fonction de n et en déduire que $u_n = -140 \times 0,9^n + 420$.
4. La commune, qui possède initialement 400 véhicules, envisage d'acheter des voitures supplémentaires pour répondre à la demande. Le responsable de la commune souhaite prévoir à partir de quelle date le nombre de voitures sera insuffisant.
 - a. Compléter la fonction Python ci-dessous pour que `seuil(400)` ait pour valeur le rang n du premier mois où le nombre de voitures sera insuffisant.

```
def seuil(s):  
    u = 280  
    n = 0  
    while .....:  
        u = .....  
        n = n + 1  
    return n
```

- b. On admet que pour tout entier $n \leq 18$, on a $u_n < 400$.
Déduire du tableau de la question 2, l'année et le mois où le nombre de voitures sera insuffisant pour la première fois.