Cours_Calcul_Integral_2020_Eleve-Corrige

March 18, 2020

```
In [1]: import numpy as np
        import matplotlib.pyplot as plt

In [2]: %matplotlib inline
```

0.1 Approximation de l'intégrale d'une courbe par la méthode des rectangles

Fichier Geogebra : somme des rectangles pour la parabole $y = x^2$sur [0;1]
au départ x est en a
on avance avec u npas de (b-a)/n si on a n rectangles
on construit une suite d'abscisses x(k) = a + k * (b-a)/n
x(n) = b
le rectangle d'indice k a pour base l'intervalle [x(k) ; x(k+1)]
sa hauteur est f(x(k+1))

0.1.1 Exemple de la fonction sommeRectangle(a, b, n) du cours

Que représentent les variables u et v dans la fonction ci-dessous ?

```
In [3]: def f(x):
            return x ** 2

        def sommeRectangle(a, b, n):
            h = (b - a) / n
            x = a
            u = 0
            v = 0
            for k in range(0, n): #n subdivisions => n tours
                u = u + h * f(x)  #on ajoute à u l'aire du kieme rectangle à gauche
                x = x + h         #on avance x d'un pas
                v = v + h * f(x)  ##on ajoute à u l'aire du kieme rectangle à droite
            return (u, v)

In [4]: sommeRectangle(0, 1, 1000)

Out[4]: (0.33283350000000095, 0.33383350000000095)
```

0.2 Exemple 3

Compléter les fonctions Python ci-dessous pour qu'elles retournent une approximation de $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ par la somme de rectangles à gauche construits sur n subdivisions régulières de l'intervalle $[a;b]$.

```
In [5]: def  rectangleGauche(f, a, b, n):
            s = 0
            pas = (b - a)/n
            x = a
            for k in range(0, n):
                s = s + pas * f(x)    #x * f(x) est l'aire du kieme rectangle
                x = x + pas
            return s



        def rectangleGauche2(f, a, b, n):
            s = 0
            pas = (b - a) / n
            for k in range(0, n):
                s = s + pas * f(a + k * pas)    # ou  s = s + pas * f(a + k * (b-a)/n)
            return s

        def rectangleGaucheDessin(f, a, b, n):
            s = 0
            pas = (b - a)/n
            x = a
            for k in range(n):
                s = s + f(x) * pas
                plt.fill([x, x + pas, x + pas, x, x], [0] * 2 + [f(x)] * 2 + [0], hatch='/',edg
                x = x + pas
            lesx = np.linspace(a, b, 1000)
            fvect = np.vectorize(f)
            ax = plt.gca()
            ax.spines['top'].set_color('none')
            ax.spines['right'].set_color('none')
            ax.spines['bottom'].set_position(('data',0))
            ax.spines['left'].set_position(('data',a))
            plt.plot(lesx, fvect(lesx), color='black')
            plt.title(r"Rectangles à gauche $\int_{%d}^{%d}f(x)dx\approx$%1.3f"%(a,b,s))
            plt.savefig('methodeRectangleGauche-{}-{}-{}-{}subdivisions.eps'.format(f.__name__
            plt.show()
            return s
```

Écrire une fonction `rectangleDroite(f, a, b, n)` qui retourne une approximation de $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$ par la somme de rectangles à droite construits sur n subdivisions régulières de l'intervalle $[a;b]$.

- premier tour : x = a + pas

- deuxième tour : x = a + 2 * pas
- troisième tour : x = a + 3 * pas

```
In [6]: def rectangleDroite(f, a, b, n):
            s = 0
            pas = (b - a)/n
            x = a + pas   #borne droite
            for k in range(0, n):
                s = s + pas * f(x)
                x = x + pas
            return s

        def rectangleDroite2(f, a, b, n):
            s = 0
            pas = (b - a) / n
            for k in range(1, n + 1):
                s = s + pas * f(a +  k * pas)
            return s

        def rectangleDroite3(f, a, b, n):
            s = 0
            pas = (b - a) / n
            for k in range(0, n):
                s = s + pas * f(a + (k+1) * pas)
            return s


        def rectangleDroiteDessin(f, a, b, n):
            s = 0
            pas = (b - a)/n
            x = a
            for k in range(n):
                s = s + f(x + pas) * pas
                plt.fill([x, x + pas, x + pas, x, x], [0] * 2 + [f(x+pas)] * 2 + [0], hatch='/
                x = x + pas
            lesx = np.linspace(a, b, 1000)
            fvect = np.vectorize(f)
            ax = plt.gca()
            ax.spines['top'].set_color('none')
            ax.spines['right'].set_color('none')
            ax.spines['bottom'].set_position(('data',0))
            ax.spines['left'].set_position(('data',a))
            plt.plot(lesx, fvect(lesx), color='black')
            plt.title(r"Rectangles à droite $\int_{%d}^{%d}f(x)dx\approx$%1.3f"%(a,b,s))
            plt.savefig('methodeRectangleDroite-{}-{}-{}-{}subdivisions.eps'.format(f.__name__
            plt.show()
            return s

In [7]: def inverse(x):
```

```
        return 1 / x
```

In [8]: `inverse.__name__`

Out[8]: `'inverse'`

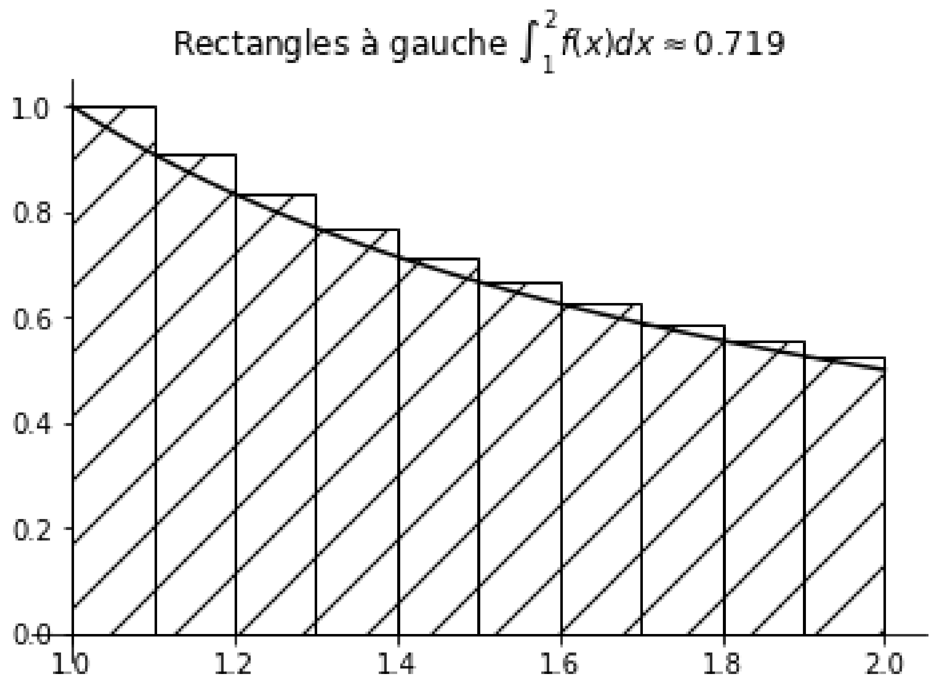
In [9]: `rectangleGauche(inverse, 1, 2, 10)`

Out[9]: `0.7187714031754279`

In [10]: `rectangleGauche2(inverse, 1, 2, 10)`

Out[10]: `0.718771403175428`

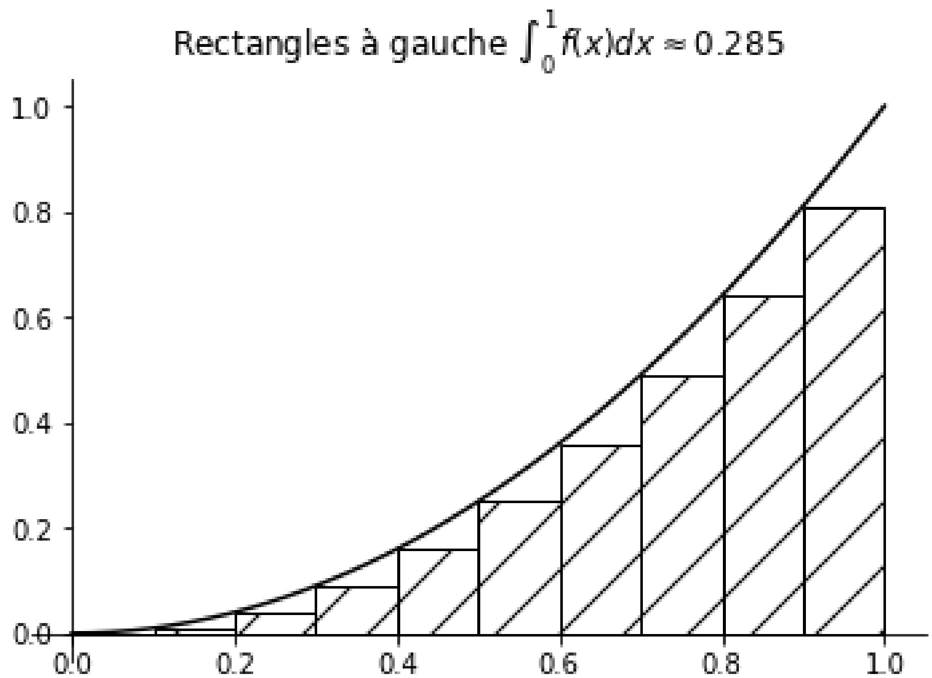
In [11]: `rectangleGaucheDessin(inverse,1,2,10)`



Out[11]: `0.7187714031754279`

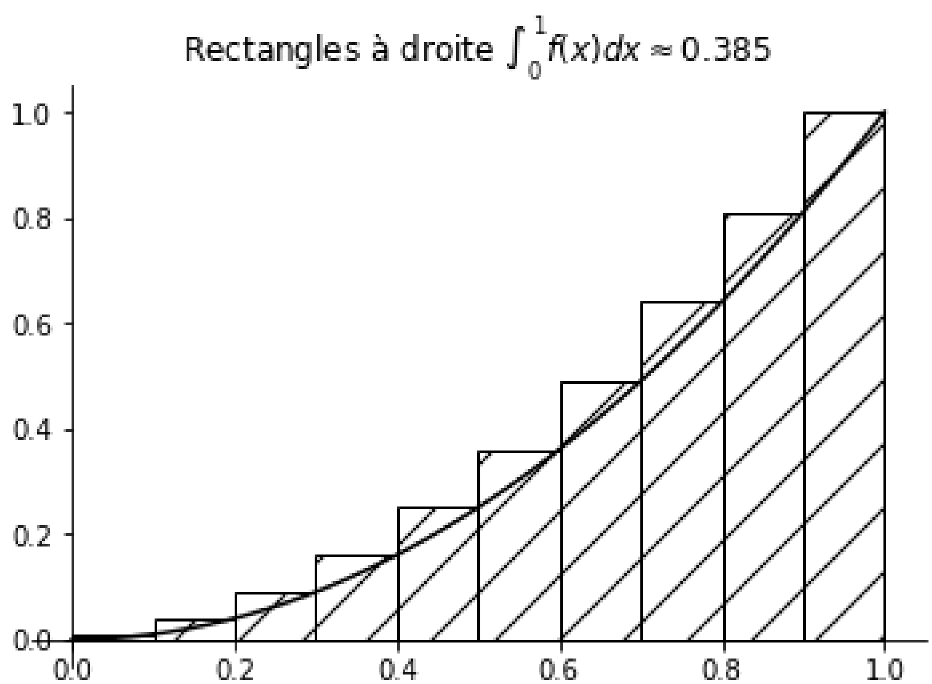
In [12]:
```
def carre(x):
    return x ** 2
```

In [13]: `rectangleGaucheDessin(carre,0,1,10)`



Out[13]: 0.2849999999999999

In [14]: rectangleDroiteDessin(carre, 0, 1, 10)



```
Out[14]: 0.3849999999999999
```