

Classe virtuelle du 23/03/2020

Frédéric Junier

Lycée du Parc
1 Boulevard Anatole France
69006 Lyon

23 mars 2020

- Primitives
- Intégrale d'une fonction positive
- Exemple 8
- Exercice 10 p.195
- Exemples de calculs d'intégrales

Le point sur le calcul de primitives :

- Cours : connaître les tableaux des primitives usuelles et des opérations sur les primitives (pages 8 et 9 du cours)
- S'exercer : QCM Calcul Intégral 2 sur Pronote

Théorème 4, page 10 du cours :

Theorem

Soit f une fonction continue positive sur un intervalle I . Soient a et b deux réels de I tels que $a < b$. Soit F une primitive de f . On a :

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Le calcul de l'intégrale ne dépend pas de la primitive choisie.

On note aussi : $\int_a^b f(x)dx = \left[F(x) \right]_a^b = F(b) - F(a)$

Intégrale d'une fonction positive : un exemple

- Comment calculer $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ qui représente l'aire sous l'hyperbole entre les abscisses 1 et 2 dans un repère orthonormal d'unité 3 cm ?

Intégrale d'une fonction positive : un exemple

- Comment calculer $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ qui représente l'aire sous l'hyperbole entre les abscisses 1 et 2 dans un repère orthonormal d'unité 3 cm ?
- On détermine d'abord une primitive de $\frac{1}{x}$, par exemple $F(x) = \ln(x)$.

Intégrale d'une fonction positive : un exemple

- Comment calculer $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ qui représente l'aire sous l'hyperbole entre les abscisses 1 et 2 dans un repère orthonormal d'unité 3 cm ?
- On détermine d'abord une primitive de $\frac{1}{x}$, par exemple $F(x) = \ln(x)$.
- Ensuite, on calcule $F(2) - F(1) = \ln(2) - \ln(1) = \ln(2)$

Intégrale d'une fonction positive : un exemple

- Comment calculer $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ qui représente l'aire sous l'hyperbole entre les abscisses 1 et 2 dans un repère orthonormal d'unité 3 cm ?
- On détermine d'abord une primitive de $\frac{1}{x}$, par exemple $F(x) = \ln(x)$.
- Ensuite, on calcule $F(2) - F(1) = \ln(2) - \ln(1) = \ln(2)$
- Enfin, on donne le résultat en unités d'aires :
 $\int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln(2)$ u.a. et on convertit éventuellement en cm^2 , ici 1 u.a. égale à $3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$. On a donc
 $\int_1^2 \frac{1}{x} dx = \ln(2) \times 9 = 9\ln(2) \text{ cm}^2$.

Intégrale d'une fonction positive : exemple 8

Voir [le corrigé](#).

Dans cet exercice on calcule des intégrales avec la définition générale de l'intégrale (cours page 11) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ où f continue mais pas forcément positive et sans ordre fixé sur a et b .

- $\int_{-2}^4 x dx = \left[\frac{1}{2}x^2\right]_{-2}^4 = \frac{16}{2} - \frac{4}{2} = 6$
- $\int_1^e \frac{1}{x} dx = [\ln(x)]_{-2}^4 = \ln(e) - \ln(1) = 1$
- $\int_{-e}^{-1} \frac{1}{x} dx = [\ln(|x|)]_{-e}^{-1} = \ln(1) - \ln(e) = -1$
- $\int_4^{25} \frac{1}{\sqrt{x}} dx = [2\sqrt{x}]_4^{25} = 2\sqrt{25} - 2\sqrt{4} = 10 - 4 = 6$
- $\int_0^\pi \sin(x) dx = [-\cos(x)]_0^\pi = 1 - (-1) = 2$
- $\int_\pi^0 \sin(x) dx = [-\cos(x)]_\pi^0 = -1 - (-(-1)) = -2$

Calculer les intégrales suivantes (exemple 9 du cours à faire en autonomie pendant la séance de mardi).

- $\int_1^4 x^3 + 2x \, dx$
- $\int_e^{e^3} \frac{\ln(x)}{x} \, dx$
- $\int_e^{e^3} \frac{1}{x(\ln(x)+1)} \, dx$
- $\int_2^0 \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}} \, dx$

Exemples de calcul d'intégrale : réponses

Calculer les intégrales suivantes (exemple 9 du cours à faire en autonomie pendant la séance de mardi).

- $\int_1^4 x^3 + 2x \, dx = ?$

Exemples de calcul d'intégrale : réponses

Calculer les intégrales suivantes (exemple 9 du cours à faire en autonomie pendant la séance de mardi).

- $\int_1^4 x^3 + 2x \, dx = ?$
- $\int_1^4 x^3 + 2x \, dx = \left[\frac{1}{4}x^4 + x^2 \right]_1^4 = \frac{315}{4}$
- $\int_e^{e^3} \frac{\ln(x)}{x} \, dx = ?$

Calculer les intégrales suivantes (exemple 9 du cours à faire en autonomie pendant la séance de mardi).

- $\int_1^4 x^3 + 2x \, dx = ?$
- $\int_1^4 x^3 + 2x \, dx = \left[\frac{1}{4}x^4 + x^2 \right]_1^4 = \frac{315}{4}$
- $\int_e^{e^3} \frac{\ln(x)}{x} \, dx = ?$
- $\int_e^{e^3} \frac{\ln(x)}{x} \, dx = \left[\frac{1}{2}(\ln(x))^2 \right]_e^{e^3} = \frac{1}{2}(3^2 - 1) = 4$
- $\int_e^{e^3} \frac{1}{x(\ln(x)+1)} \, dx = ?$

Calculer les intégrales suivantes (exemple 9 du cours à faire en autonomie pendant la séance de mardi).

- $\int_1^4 x^3 + 2x \, dx = ?$

- $\int_1^4 x^3 + 2x \, dx = \left[\frac{1}{4}x^4 + x^2 \right]_1^4 = \frac{315}{4}$

- $\int_e^{e^3} \frac{\ln(x)}{x} \, dx = ?$

- $\int_e^{e^3} \frac{\ln(x)}{x} \, dx = \left[\frac{1}{2}(\ln(x))^2 \right]_e^{e^3} = \frac{1}{2}(3^2 - 1) = 4$

- $\int_e^{e^3} \frac{1}{x(\ln(x)+1)} \, dx = ?$

- $\int_e^{e^3} \frac{1}{x(\ln(x)+1)} \, dx = \left[\ln(|\ln(x) + 1|) \right]_e^{e^3} = \ln(4) - \ln(2)$

- $\int_2^0 \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}} \, dx$

Calculer les intégrales suivantes (exemple 9 du cours à faire en autonomie pendant la séance de mardi).

- $\int_1^4 x^3 + 2x \, dx = ?$
- $\int_1^4 x^3 + 2x \, dx = \left[\frac{1}{4}x^4 + x^2 \right]_1^4 = \frac{315}{4}$
- $\int_e^{e^3} \frac{\ln(x)}{x} \, dx = ?$
- $\int_e^{e^3} \frac{\ln(x)}{x} \, dx = \left[\frac{1}{2}(\ln(x))^2 \right]_e^{e^3} = \frac{1}{2}(3^2 - 1) = 4$
- $\int_e^{e^3} \frac{1}{x(\ln(x)+1)} \, dx = ?$
- $\int_e^{e^3} \frac{1}{x(\ln(x)+1)} \, dx = \left[\ln(|\ln(x) + 1|) \right]_e^{e^3} = \ln(4) - \ln(2)$
- $\int_2^0 \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}} \, dx$
- $\int_2^0 \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}} \, dx = \left[2\sqrt{e^x+1} \right]_2^0 = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{e^2+1}$