Corrigé de l'exercice 2

1) $P_L(C) = 0,02$

• On doit calculer ensuite

$$P(L \cap \overline{C}) = P(L) \times P_L(\overline{C})$$

$$P(L \cap \overline{C}) = 0,95 \times (1 - P_L(C))$$

$$= 0,95 \times 0,98$$

$$= 0,931$$

• Enfin on calcule $P(\overline{L} \cup C)$

$$0,05 + 0,02 \times 0,95$$

$$P(\overline{L} \cup C) = P(\overline{L}) + P(C) - P(\overline{L} \cap C)$$

or $\overline{L} \cap C = \emptyset$

$$P(\overline{L} \cap C) = P(\overline{L}) + P(C)$$

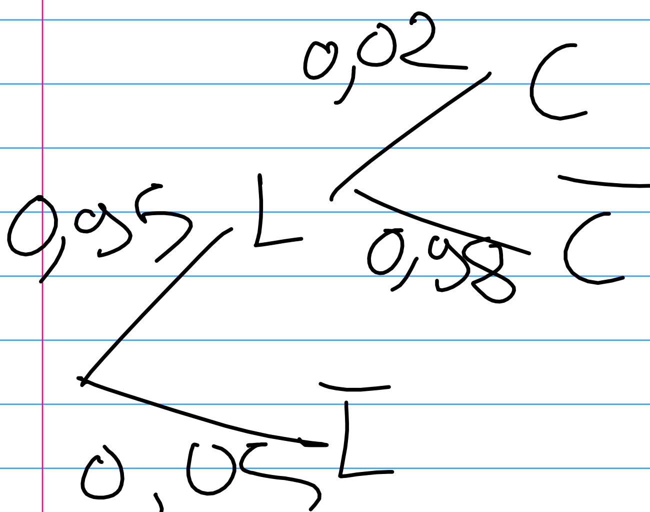
or $C = L \cap C$

donc $P(C) = P(L) \times P_L(C)$

$$P(C) = 0,95 \times 0,02$$

donc $P(\bar{L} \cup C) = 0,05 + 0,95 \times 0,02$

$$P(\bar{L} \cup C) = 0,069$$



2) La puce est livrée. Sa durée de vie X suit une loi exponentielle de paramètre λ.

$$P(X \leq 1000) = 0,02$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 - e^{-1000\lambda} = 0,02$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 - 0,02 = e^{-1000\lambda}$$

$$\Leftrightarrow \quad 0,98 = e^{-1000\lambda}$$

$$\Leftrightarrow \quad \ln(0,98) = -1000\lambda$$

$$\Leftrightarrow \quad \lambda = \frac{\ln(0,98)}{-1000}$$

On en déduit que :

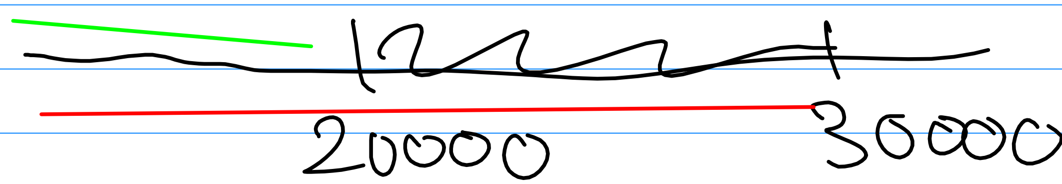
$$P(X \geq 10000) = e^{-10000 \times \frac{\ln(0,98)}{-1000}}$$

$$P(X \geq 10000) = e^{10 \ln(0,98)} = \left(e^{\ln(0,98)}\right)^{10}$$

$$P(X \geq 10000) = 0,98^{10} \approx 0,817$$

b) $P(20000 \leq X \leq 30000) =$

$$= P(X \leq 30000) - P(X < 20000)$$



$$P(20000 \leq X \leq 30000) = e^{-20000\lambda} - e^{-30000\lambda}$$

$$= \left(1 - e^{-30000\lambda}\right) - \left(1 - e^{-20000\lambda}\right)$$

ou

$$= \int_{20000}^{30000} \lambda e^{-\lambda t} dt = \left[-e^{-\lambda t}\right]_{20000}^{30000}$$

$$= e^{-20000\lambda} - e^{-30000\lambda}$$

3) a)

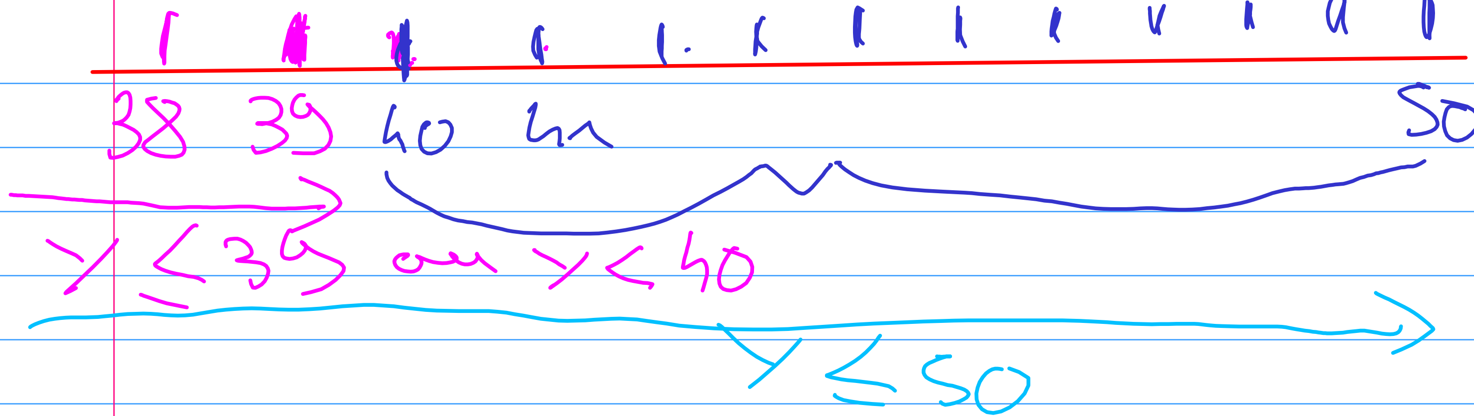
On a une répétition de : $n = 15000$ expériences de Bernoulli identiques et indépendantes de probabilité de succès $p = 0{,}003$.

Le nombre de succès Y sur cet échantillon suit une loi binomiale de paramètres $n = 15000$ et $p = 0{,}003$.

$$E(Y) = n \times p = 45$$

b) $P(40 \leq Y \leq 50) = P(Y \leq 50) - P(Y \leq 39)$

⚠ attention aux inégalités larges ou strictes

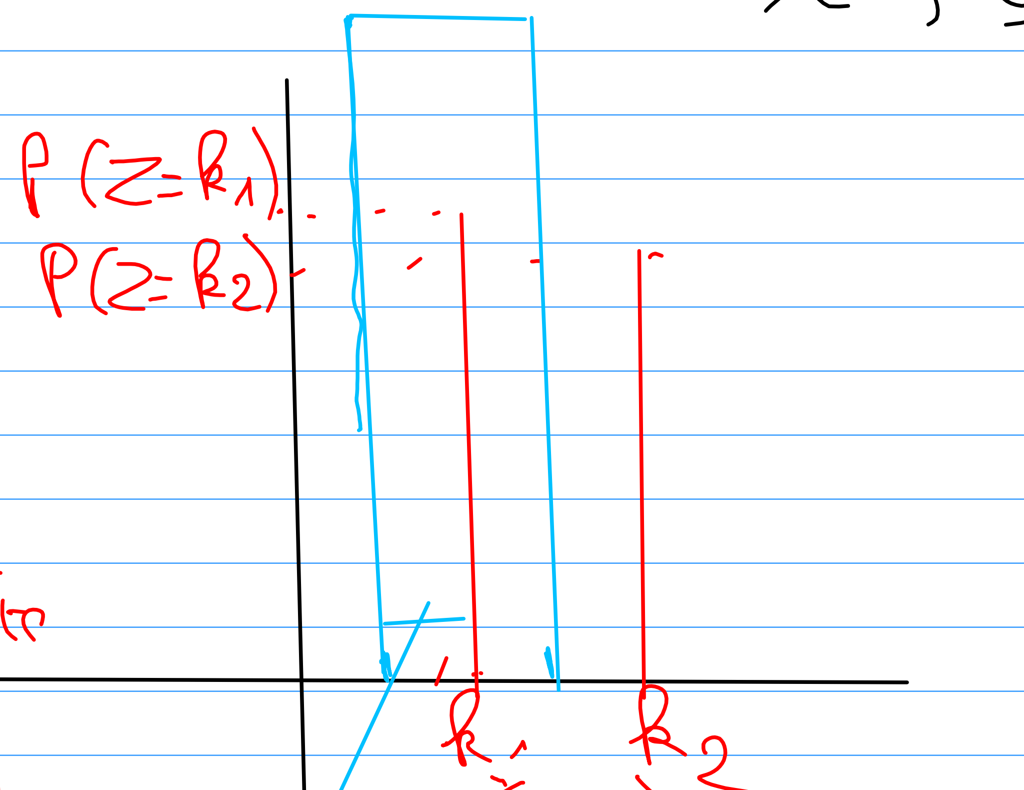


On calcule $P(Y \leq 40)$
avec binomFrép(15000, 0.003, 50)
On trouve $P(40 \leq Y \leq 50) \simeq 0{,}589$

Z loi discrète

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

centrée réduite de la loi binomiale



On remplace chaque bâton par un rectangle dont l'aire est égale à la hauteur du bâton qui est la probabilité ; $P(Z = k_1)$ par exemple

$$\underbrace{\text{hauteur du rectangle}}_{\text{densité de probabilité}} = \frac{P(Z = k_1)}{\text{longueur de l'intervalle entre } k_1 \text{ et } k_2}$$