Loi normale $\mathcal{N}(\mu ; \sigma^2)$

. Exemple :

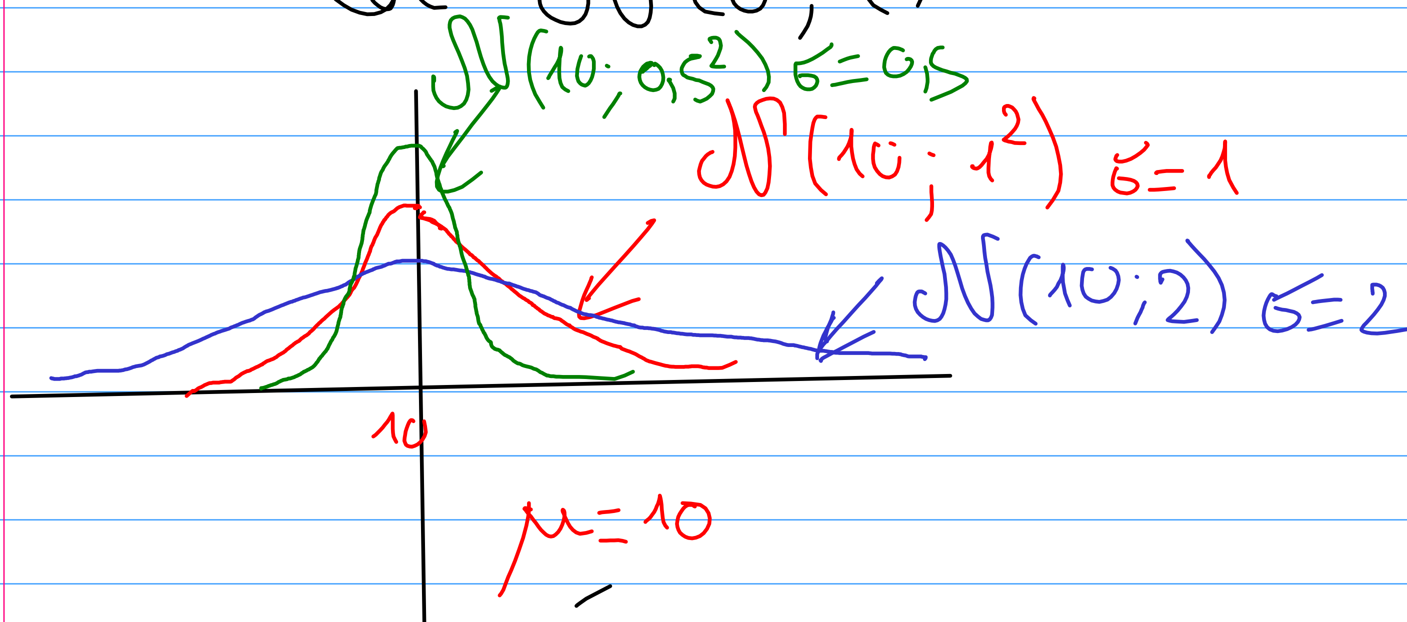
X suit la loi normale

- de paramètres $\mu = 10$

et $\sigma = 2$

si $Z = \dfrac{X - 10}{2}$ suit la

loi $\mathcal{N}(0;1)$



$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \simeq 0,68$

$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \simeq 0,95$

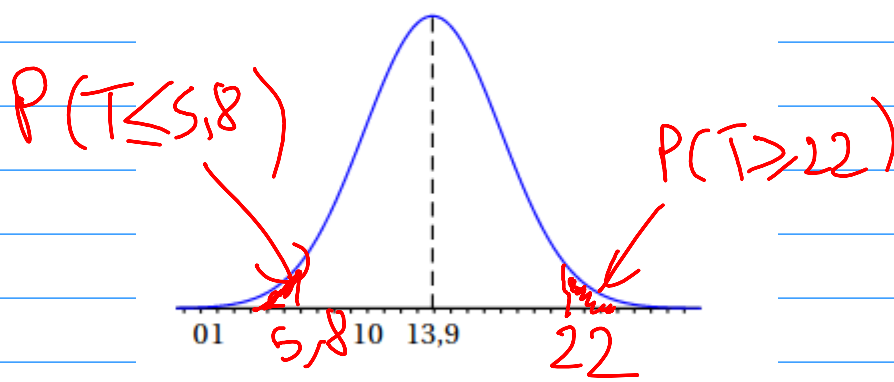
$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \simeq 0,997$

Exercice 6 Fiche 1

T suit la loi normale $\mathcal{N}(13,9 ; \sigma^2)$

1) On donne $P(T \geq 22) = 0,023$

$22 - 13,9 = 8,1$ $\qquad$ $13,9 - 8,1 = 5,8$



Par symétrie par rapport à $\mu = 13,9$: $P(T \leq 5,8) = P(T \geq 22)$

$P(5,8 \leq T \leq 22) = 1 - 2P(T \geq 22)$

$= 1 - 2 \times 0,023$

$P(5,8 \leq T \leq 22) = 0,954 \simeq 0,95$ à 10^{-2} près

On observe que :

$P(5{,}8 \leq T \leq 22) \approx 0{,}95$

donc l'intervalle centré en $\mu = 13{,}9$

$[5{,}8 ; 22]$ est égal environ :

$[\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma]$

$\mu - 2\sigma \approx 5{,}8$

$\sigma \approx \dfrac{\mu - 5{,}8}{2}$

$\sigma \approx \dfrac{13{,}9 - 5{,}8}{2} \approx 4{,}1$

2) On calcule :

$P(18 \leq T) \approx 0{,}159$

avec Casio normalcd$(18, 10^{99}, \underbrace{4.1}_{\sigma}, \underbrace{13.9}_{\mu})$

avec TI normalFrép$(18, \underbrace{10^{99}}_{1E99}, \underbrace{13.9}_{\mu}, \underbrace{4.1}_{\sigma})$

Cours exemple 12

La masse X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu = 900 \,;\, \sigma^2 = 7^2)$

1) On calcule :

$$P(890 \leq X \leq 920) \simeq 0{,}92$$

2) Calculons h tel que :

$$P(900 - h \leq X \leq 900 + h) \simeq 0{,}99$$

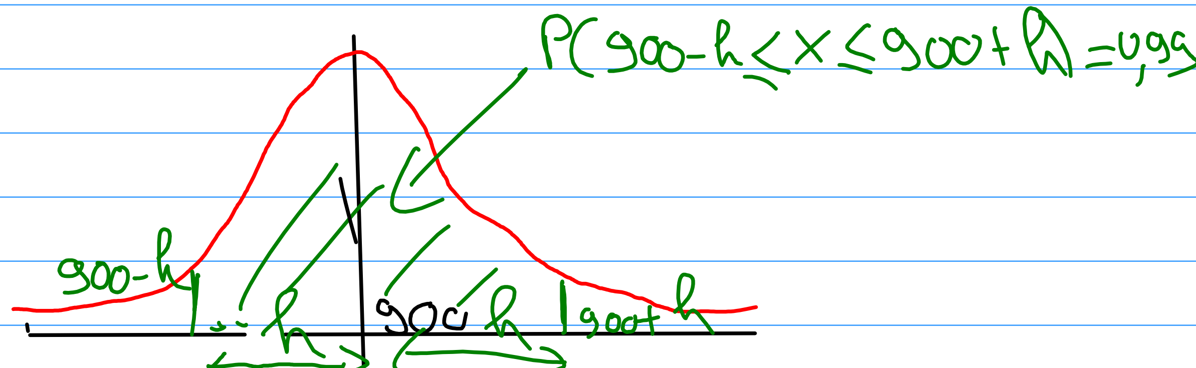
$$P(X \leq 900 + h) = 0{,}5 + \frac{1}{2} \times 0{,}99 = 0{,}995$$

Car $P(X \leq 900 + h) = P(X \leq 900) + P(900 \leq X \leq 900 + h)$

Ensuite on calcule :

invNorm$(0.995, 900, 7) \simeq 918$

c'est $900 + h$ donc $h = 18$



On peut directement inverser loi normale avec le paramètre CENTER

invNorm(0.99, 900, 7, CENTER)

Exemple 13

X suit la normale $\mathcal{N}(\mu_1 ; \sigma_1^2)$

1) a) On donne $\mu = 25$

L'intervalle de conformité

est [22,8 ; 27,2] et symétrique par rapport à $\mu = 25$

On peut utiliser les propriétés de symétrie

$P(22,8 \leq X \leq 27,2) = 1 - 2P(X > 27,2)$

$P(22,8 \leq X \leq 27,2) = 0,954$

On sait que :

$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \simeq 0,954$

donc comme $[22,8 ; 27,2]$ centré en μ

on a $\mu - 2\sigma \simeq 22,8$

$25 - 2\sigma \simeq 22,8$

$\sigma \simeq 1,1$ (comme dans l'exo 6)

$\boxed{\text{Méthode plus générale}}$

On centre et on réduit d'abord

$Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma} = \dfrac{X - 25}{\sigma}$

suit la loi $\mathcal{N}(0 ; 1)$

On sait que :

$P(X \leq 27,2) = 1 - 0,023 = 0,977$

donc $P\left(\dfrac{X-25}{\sigma} \leq \dfrac{27,2-25}{\sigma}\right) = 0,977$

centrée réduite suit la loi $\mathcal{N}(0 ; 1)$

$$P\left(Z \leq \frac{2,2}{\sigma}\right) = 0,977$$

On peut utiliser invNorm pour la loi $\mathcal{N}(0;1)$.

$$\text{invNorm}(0.977,\ \underset{\mu}{0},\ \underset{\sigma}{1},\ \text{LEFT}) \simeq 1,995$$

on a donc :

$$\frac{2,2}{\sigma} \simeq 1,995$$

donc $\sigma \simeq \dfrac{2,2}{1,995} \simeq 1,1$

Pour demain :

finir l'exemple 13

+ exo 8 fiche 1