$\boxed{\text{Fiche 1} \quad \text{exercice 8}}$

1) Soit T la variable aléatoire donnant le score d'un étudiant.

T suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu ; 20^2)$

μ inconnu et $\sigma = 20$

On sait que :

$* \quad P(T < 60) = 0,7$

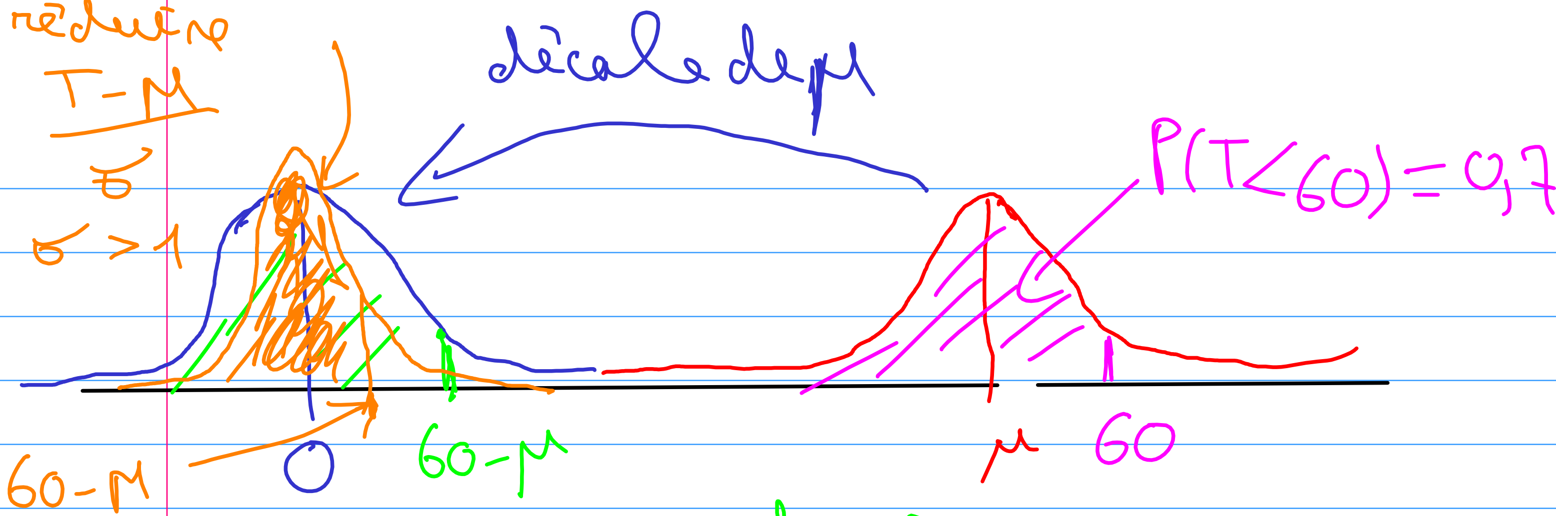
On va centrer et réduire :

$Z = \frac{T - \mu}{\sigma}$ suit la loi $\mathcal{N}(0;1)$

$$Z = \frac{T-\mu}{20}$$

$$* \iff P\left(\frac{T-\mu}{20} < \frac{60-\mu}{20}\right) = 0,7$$

$$\iff P\left(Z < \frac{60-\mu}{20}\right) = 0,7$$



centrer

$$T < 60 \iff T - \mu < 60 - \mu$$

réduire

$$T < 60 \iff \frac{T-\mu}{\sigma} < \frac{60-\mu}{\sigma}$$

suit la loi normale $\mathcal{N}(0;1)$ s

On inverse la loi normale centrée réduite

On recherche s tel que

$$P(Z < s) = 0,7$$

avec $Z \leadsto \mathcal{N}(0;1)$ et $s = \dfrac{60-\mu}{\sigma}$

$s = \text{invNorm}(0.7, 0, 1, \text{LEFT})$

$z \approx 0{,}524$

On recherche μ en résolvant l'équation :

$$0{,}524 \approx \frac{60-\mu}{20}$$

$$\mu \approx 60 - 20 \times 0{,}524$$

$$\boxed{\mu \approx 49{,}52}$$

2) X suit une loi normale d'espérance $\mu = 20$ et telle que $P(X \leq 25) = 0{,}85$

On recherche l'écart-type σ.

a) Soit $Z = \frac{X-20}{\sigma}$, Z suit la loi $\mathcal{N}(0;1)$.

b) On recherche u tel que

$P(Z \leq u) = 0{,}85$

$u = \text{invNormale}(0.85, 0, 1, \text{LEFT})$

$u \simeq 1,04$ à 10^{-2} près

En déduire σ : centrer et réduire

$$P(X \leq 25) = 0,85 \Leftrightarrow P\left(\frac{X-20}{\sigma} \leq \frac{25-20}{\sigma}\right) = 0,85$$

$$\Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{5}{\sigma}\right) = 0,85$$

D'après ce qui précède :

$$\frac{5}{\sigma} \simeq 1,04$$

$\sigma \simeq 4,81$ à 10^{-2} près

Exemple 13

1) c) $X \hookrightarrow \mathcal{N}(25\,;\,1,1^2)$

$\mu = 25 \quad \sigma = 1,1$

$P(22,8 \leq X \leq 24) \simeq 0,1589\ldots$ à 10^{-4} près

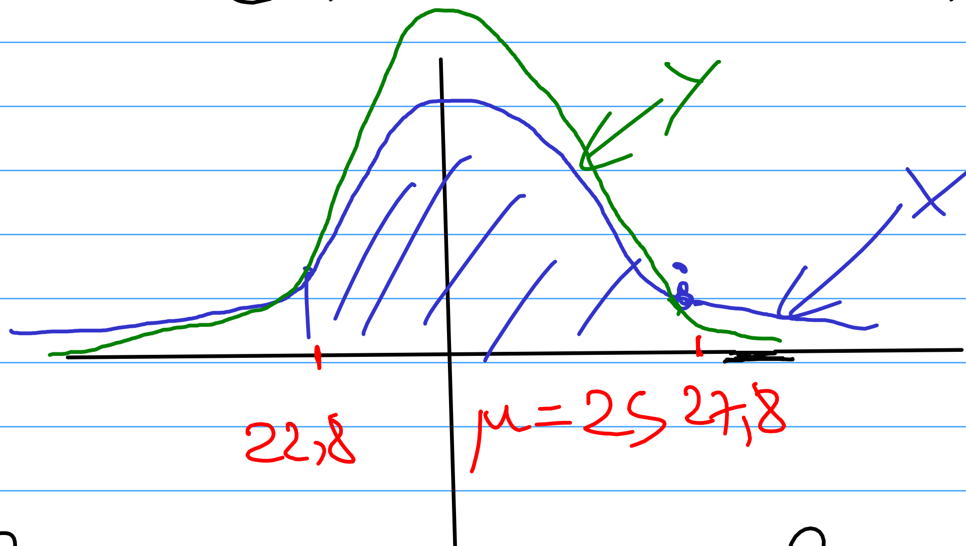
2)

. <u>Procédé 1</u> : $X \hookrightarrow \mathcal{N}(25\,;\,1,1^2)$

$$P(22,8 < X < 27,2) \simeq 0,954$$

· <u>Procédé 2</u> : $Y \hookrightarrow \mathcal{N}(25, \sigma_2^2)$

$$P(22{,}8 < Y < 27{,}2) \simeq 0{,}98$$



Pour une espérance fixée, la probabilité d'être dans un intervalle centré en l'espérance est d'autant plus grande que l'écart-type est petit.
L'écart-type de l'équipe 2 est donc plus petit

Exemple 11

1) X suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu ; \sigma^2)$ avec $\mu = 440$

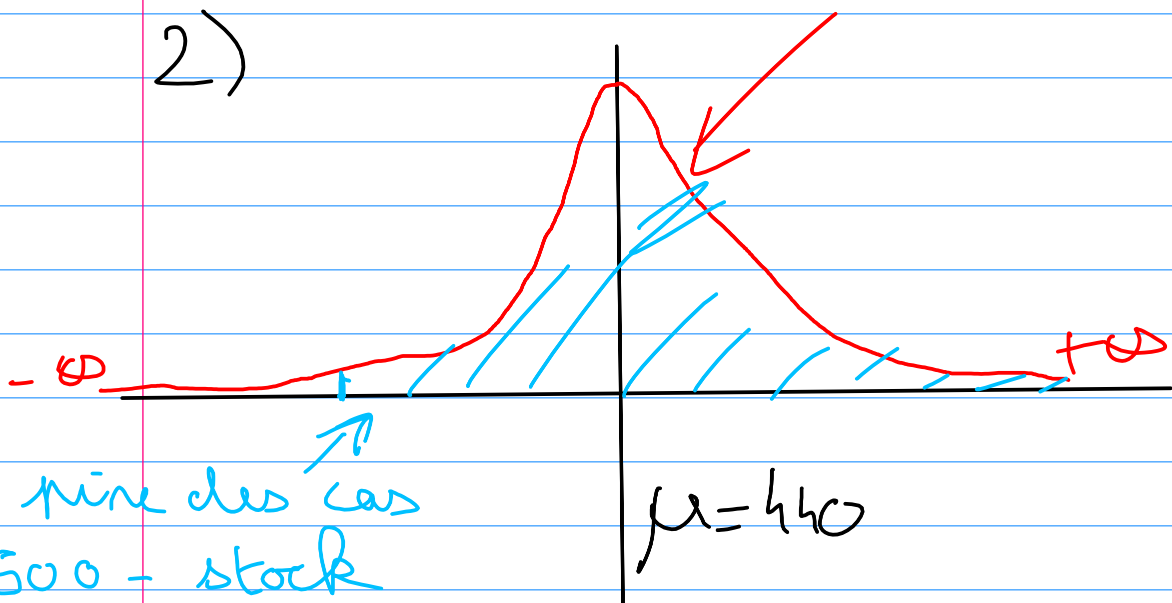
et $\sigma = 7{,}3$.

$P(X > 445) = \text{normalFrep}(445, 10^{99}, 440, 7{,}3)$

μ σ

$P(X > 445) \simeq 0{,}247$ à 10^{-3} près

2)



$P(X > 500 - \text{stock}) = 0{,}95$

nombre de lampes fonctionnelles

Nombre de lampes cassées : $500 - X$

$P(500 - X \leq \text{stock}) = 0{,}95$

500-stock = invNorm(0.95, 440, 7.3)

500-stock $\approx$ 428

stock $\approx$ 72 Lampes