Soutien du 29/04/2020

QCM :

link.dgpad.net/kfFS

1) $\displaystyle\int_0^1 x\,dx = \left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^1 = F(1) - F(0) = \frac{1}{2}\times 1^2 - \frac{1}{2}\times 0^2$

$= \dfrac{1}{2}$

primitive $F(x)$ de $f(x) = x$
vérifiant $F'(x) = x$

dérivée

$F(x)$	$f(x)$
x^2	$2x$
$\frac{1}{2}x^2$	x
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{3}x^3$	x^2

primitive

2) $\displaystyle\int_1^4 x^2\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_1^4 = \frac{1}{3}\times\left(4^3 - 1^3\right)$

$= \dfrac{1}{3}\times 4^3 - \dfrac{1}{3}\times 1^3$

7)

Aire : $\int_1^2 \frac{5}{x}\,dx = ?$

Primitive de $f(x) = 5 \times \frac{1}{x}$?

$F(x) = 5\ln(x)$

donc $\int_1^2 \frac{5}{x}\,dx = 5 \times (\ln(2) - \ln(1))$

$= 5 \times \ln(2)$

$\int_1^2 \frac{5}{x}\,dx = \ln(2^5)$

QCM

1) T suit une loi uniforme sur $[20;60]$:

$$P(50 \leq T) = P(50 \leq T \leq 60)$$
$$= \frac{60-50}{60-20} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

2) X suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n=8\,;\,p=0{,}4)$

- $E(X) = n \times p = 8 \times 0{,}4 = 3{,}2$
- $P(X=1) = \binom{8}{1} \times \underbrace{0{,}4^7}_{7 \text{ échecs}} \times \underbrace{0{,}6}_{1 \text{ succès}}$

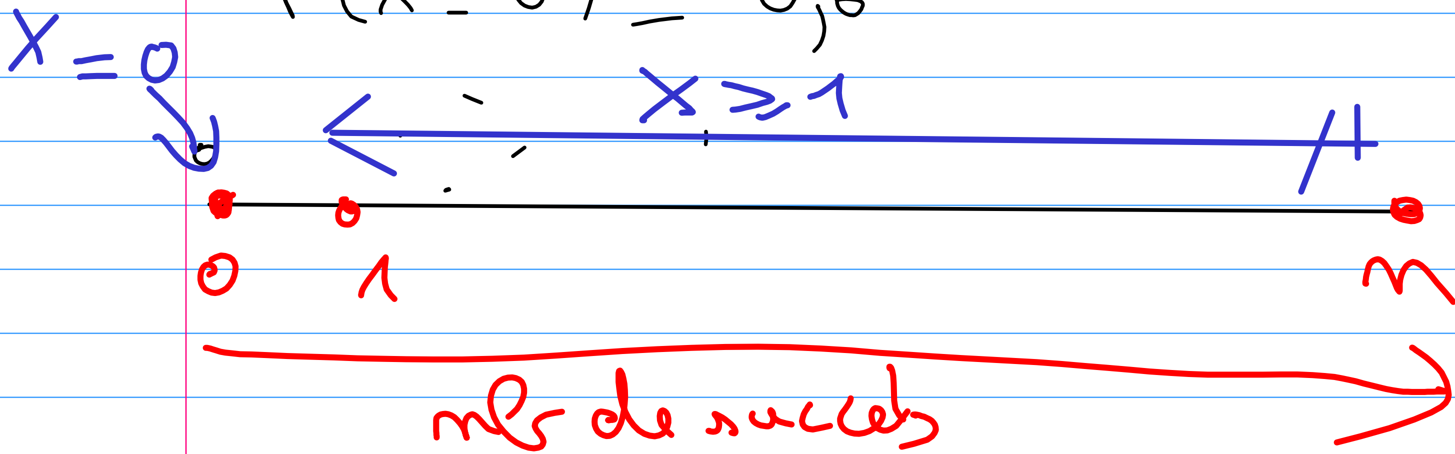
nombre de façons d'avoir exactement 1 succès sur 8 épreuves

On a une répétition de 8 épreuves de Bernoulli. Pour chaque épreuve la probabilité de succès est $0{,}4 = p$ et la probabilité d'échec est $1-p = 0{,}6$

- $P(X \geq 0) = 1$

donc $1 - P(X \geq 0) = 0 \neq P(X=0)$

$P(X=0) = 0,6^8$



$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - 0,6^8$

- $P(X \leq 2) \simeq 0,209$? c'est faux

binomFRép$(8, 0.4, 2) \simeq 0,315$

<u>Question 3) :</u> T suit une loi exponentielle de paramètre λ

Liste des bonnes réponses

- $P(T \geq a) = e^{-\lambda a}$
- $P(a \leq T \leq b) = e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b}$

$$P(a \leq T \leq b) = \int_a^b \lambda e^{-\lambda t}\,dt$$

$$= \left[-e^{-\lambda t}\right]_a^b$$

$$= -e^{-\lambda b} + e^{-\lambda a}$$

- $E(T) = \frac{1}{\lambda} \neq \lambda$ car $\left\{\begin{array}{l}\lambda \neq 1 \\ \text{et } \lambda > 0\end{array}\right.$

- $P_{(2 \leq T)}(2+a \leq T) = \underline{P(a \leq T)}$

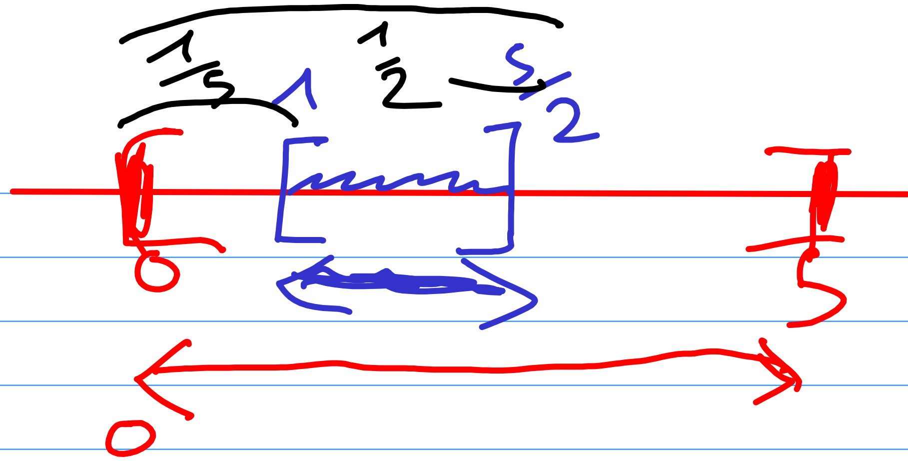
$$= 1 - P(T < a)$$

Propriété de durée de vie sans vieillissement

$$P_{(T \geq 5)}(T \geq 12) = P_{(5 \leq T)}(5+7 \leq T)$$

$$= P(7 \leq T)$$

5.) X suit une loi uniforme sur $[0;5]$



Intervalle $[c;d]$	Longueur de l'intervalle	$P(c \leq T \leq d)$
$[0;5]$	5	1
$[0;1]$	1	$\frac{1}{5}$
$[1;\frac{5}{2}]$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{5}=\frac{3}{10}=0{,}3$ ou $\frac{\frac{3}{2}}{5}=\frac{3}{10}$

7) T suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = \frac{1}{10}$

$$P(T \leq a) = 1 - e^{-\lambda a}$$

$$P(T \leq 10) = 1 - e^{-\frac{1}{10}\times 10} = 1 - e^{-1}$$

$$P(T \leq 10) = 1 - \frac{1}{e^1} =$$

8) Fonction de densité d'une loi exponentielle de paramètre λ

$$f(t) = \lambda \times e^{-\lambda t}$$

$$f(0) = \lambda \times e^{-\lambda \times 0} = \lambda e^{0} = \lambda$$

Ici on a $g_1(0) < g_2(0)$

donc $\lambda_1 < \lambda_2$

$\boxed{\text{QCM}}$

https://link.dgpad.net/DsV4

1) Pour une loi normale l'axe de symétrie de la courbe de la fonction de densité se trouve au niveau de l'espérance.

On a donc $\mu_1 < \mu_2$

. La courbe est d'autant plus applatie que l'écart-type est grand :

donc $\sigma_1 > \sigma_2$

3) R suit la loi normale
$\mathcal{N}(100\,;\,8^2)$
μ , σ^2

• $Z = \dfrac{R-100}{8^2}$ suit la loi $\mathcal{N}(0;1)$

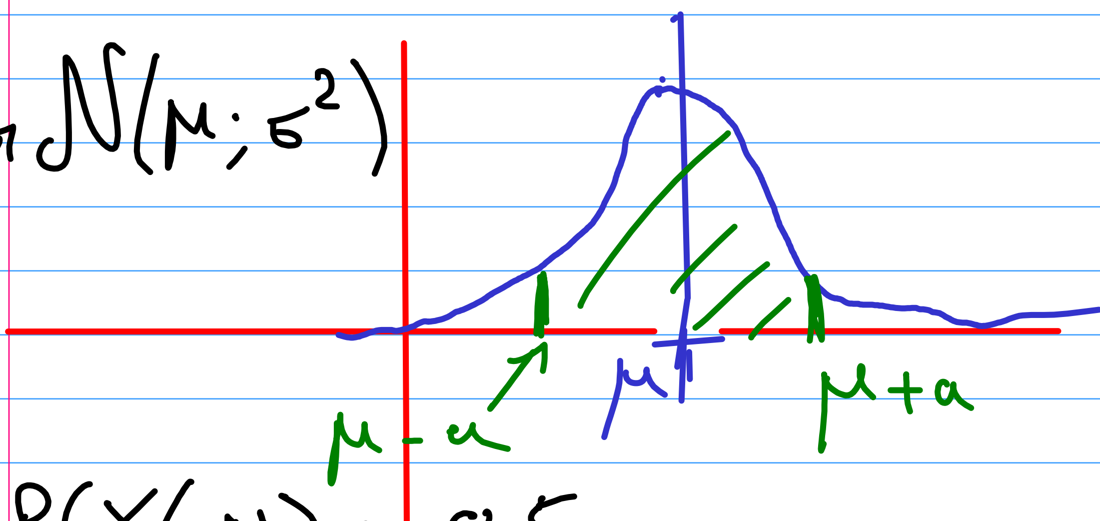
• $P(R \leq 116) = \text{normalFrép}(-1E99, 116, 100, 8)$
$\simeq 0{,}977$

normalFrép
borninf : -10^{99}
bornsup : 116
μ : 100
σ : 8

• $P(84 \leq R \leq 116) = P(\mu - 2\sigma \leq R \leq \mu + 2\sigma)$
$84 = \mu - 2\sigma = 100 - 2\times 8 = 84$
$116 = \mu + 2\sigma = 100 + 2\times 8 = 116$
D'après le cours :
$P(\mu - 2\sigma \leq R \leq \mu + 2\sigma) \simeq 0{,}954$

Formules de symétrie pour une loi normale

$X \sim \mathcal{N}(\mu ; \sigma^2)$



$P(X \leq \mu) = 0,5$

$P(X \leq \mu - a) = P(X \geq \mu + a)$

$a > 0$ $\quad P(X \leq \mu + a) = P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) + P(X \leq \mu - a)$

$$P(X \leq \mu + a) = P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) + \frac{1 - P(\mu - a \leq X \leq \mu + a)}{2}$$

$$P(X \leq \mu + a) = \frac{1 + P(\mu - a \leq X \leq \mu + a)}{2}$$