Fiche Introduction à l'échantillonnage

Exercice 1

1) • Taille de l'échantillon : $n = 400$

• La probabilité du caractère dans la population est $p = 0,26$

• Les conditions d'approximation usuelles permettent d'utiliser comme intervalle de fluctuation au seuil de 0,95

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$$

$$\left[0,26 - \frac{1}{\sqrt{400}} ; 0,26 + \frac{1}{\sqrt{400}}\right]$$

$$[0,21 ; 0,31]$$

• La fréquence mesurée sur l'échantillon est de $f = \frac{130}{400} = 0,325$

f n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation donc on rejette l'hypothèse que cet échantillon est représentatif de la population totale avec 5% de risque de rejet à tort.

2) a)

. On pose l'hypothèse que $p = 0{,}5$ sur un échantillon de taille $n = 60$

Les conditions d'approximation usuelles permettent d'utiliser $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ comme intervalle de fluctuation au seuil de 0,95

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] \simeq [0{,}37 ; 0{,}63] \text{ à } 10^{-2} \text{ près}$$

. On calcule la fréquence f du caractère dans l'échantillon f

$$f = \frac{25}{60} = 0{,}42$$

. f appartient à l'intervalle

de fluctuation donc on accepte l'hypothèse que $p = 0,5$.

Exercice 2

Partie A :

1) X suit une loi binomiale de paramètres $n = 500$ et $p = 0,2$

2) $P(X \geq 75) = 1 - P(X < 75)$
$= 1 - P(X \leq 74)$

$P(X \leq 74) = \text{binomFRép}(500, 0.2, 74) \approx 0,0016$ à 10^{-4} près

donc $P(X \geq 75) \approx 0,9984$ à 10^{-4} près

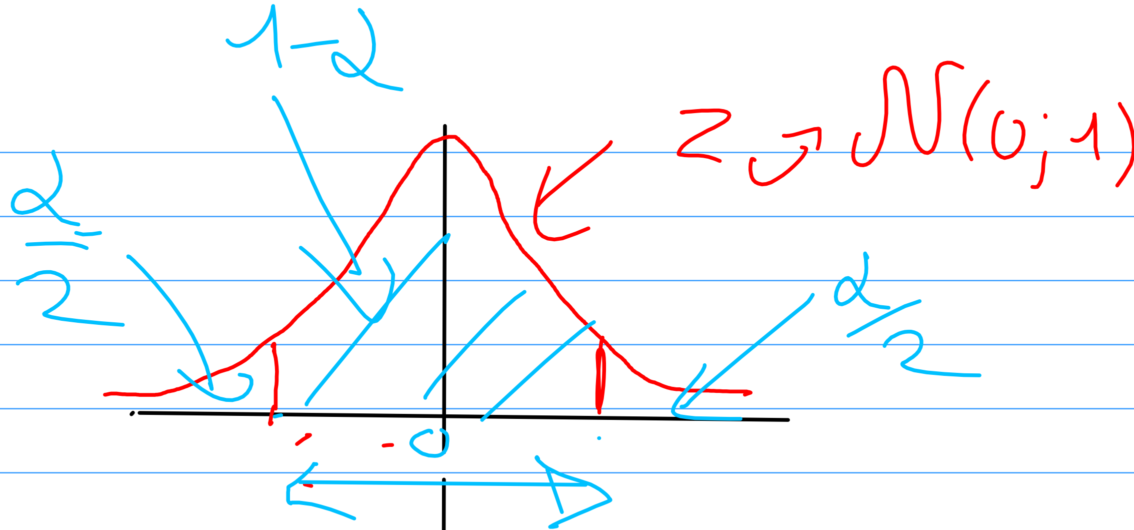
Partie B :

1) L'intervalle de fluctuation exact au seuil de 0,95

est $\left[\frac{792}{900} ; \frac{827}{900}\right]$
$\approx [0,88 ; 0,92]$ } IF.

où la v.a. X comptant les bouteilles avec moins de 2% de pulpe suit la loi $B(900 ; 0,9)$

2) La fréquence mesurée sur l'échantillon est de $f = \frac{766}{900}$, elle est à l'extérieur de l'IF donc on rejette l'hypothèse que $p = 0,9$ avec un risque d'erreur de 5%.



$$P(-1{,}96 < Z < 1{,}96) \approx 0{,}95$$

$$P(\mu - 2\sigma \leq Z \leq \mu + 2\sigma)$$

avec $\mu = 0$ et $\sigma = 1$