Exemple 4 :

3) Soit P un point de la droite (BF) (P joue le rôle de L) et soit IJR la section du cube par le plan (IJP)

. $I \in [GH]$, $R \in [GF]$, $J \in [GC]$

On peut calculer avec le théorème de Pythagore :

$$IJ^2 = IG^2 + GJ^2$$
$$JR^2 = GJ^2 + GR^2$$
$$IR^2 = IG^2 + GR^2$$

si on note a l'arête du cube on aura :

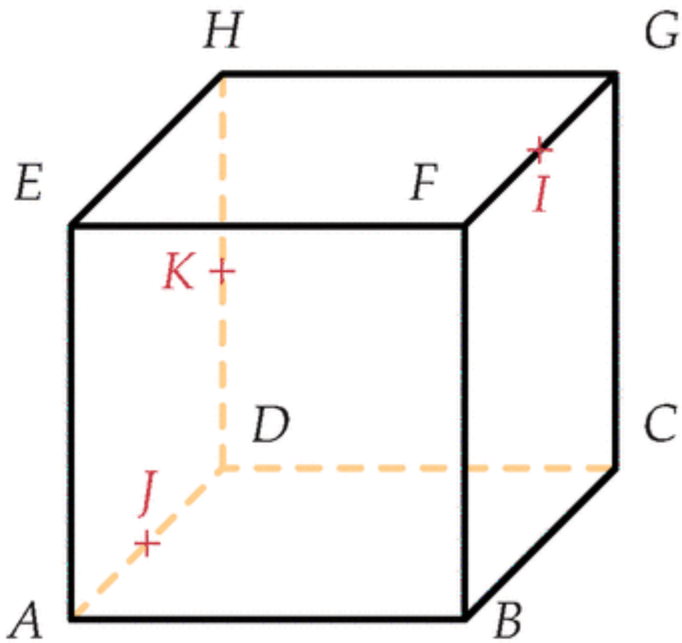
$$IG^2 = \left(\frac{1a}{4}\right)^2 = \frac{a^2}{16} = GJ^2$$

$$IJ = JR = IR \iff IG^2 + \cancel{GJ^2} = \cancel{GJ^2} + GR^2$$
$$\iff IG^2 = GR^2$$
$$\iff IG = GR = \frac{1}{4}a$$

IRJ équilatéral ssi $\vec{GR} = \frac{1}{4}\vec{GF}$.

Notion de droites orthogonales dans l'espace

ABCD EFGH un cube

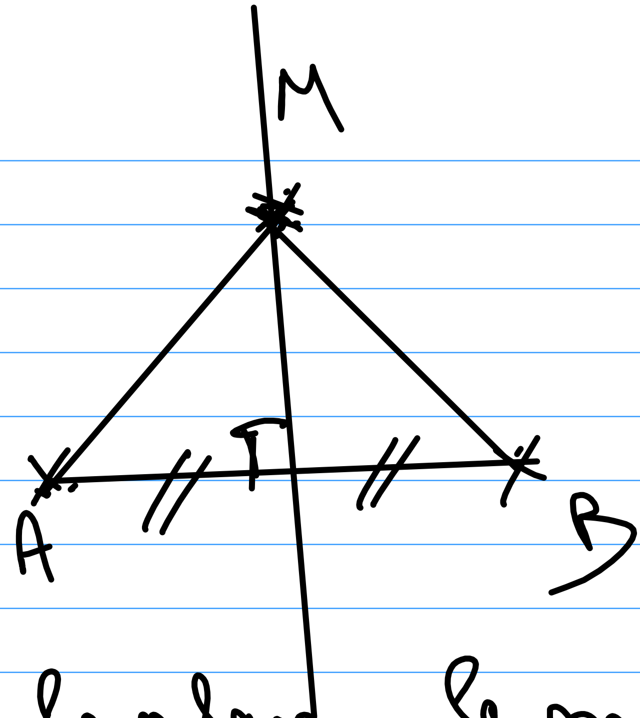


(AB) perpendiculaire (AE) car ABFE carré

(DC) // (AB)

mais (DC) et (AE) pas coplanaires

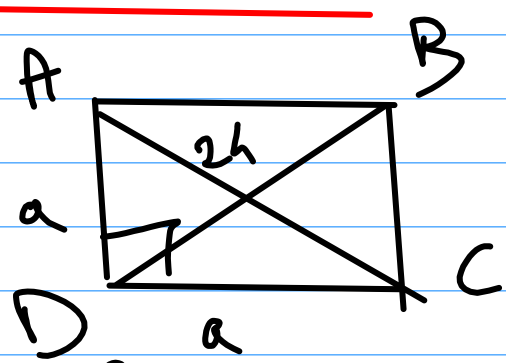
On dit que (CD) et (AE) sont orthogonales



• Dans le plan, la médiatrice du segment [AB] est l'ensemble des points M du plan équidistants de A et B.

• Dans l'espace, le plan médiateur de [AB] est l'ensemble des points équidistants de A et B

Exemples :



ABCD carré

Aire de ABCD ? sachant que AC = 24.

a le côté du carré

D'après le théorème de Pythagore:

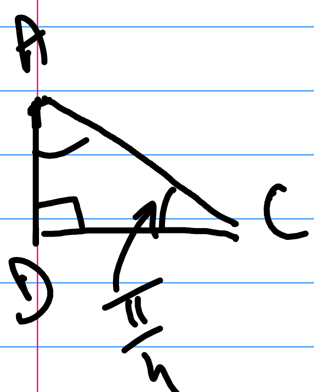
$AC^2 = AD^2 + DC^2$

$AC^2 = a^2 + a^2$

$24^2 = 2a^2$

donc $\boxed{a^2 = \frac{24^2}{2}}$ aire

$\boxed{a = \frac{24}{\sqrt{2}} = \frac{24\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2} = 12\sqrt{2}}$



$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{DC}{AC} = \frac{a}{24}$ donc $a = \frac{24 \times \sqrt{2}}{2}$

$\boxed{a = 12\sqrt{2}}$

$SO = OA = \frac{1}{2} \times AC = 12$

Volume de la pyramide:

$$\frac{1}{3} \times \underbrace{\frac{24^2}{2}}_{\text{aire base}} \times \underbrace{12}_{\text{hauteur}}$$