$\boxed{\text{Séance du 18/05}}$

$\boxed{\text{n°9 p. 283}}$

$A(2;5;-1)$ $B(0;3;4)$ $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}$

1) Soit $(x;y;z)$ les coordonnées de C.

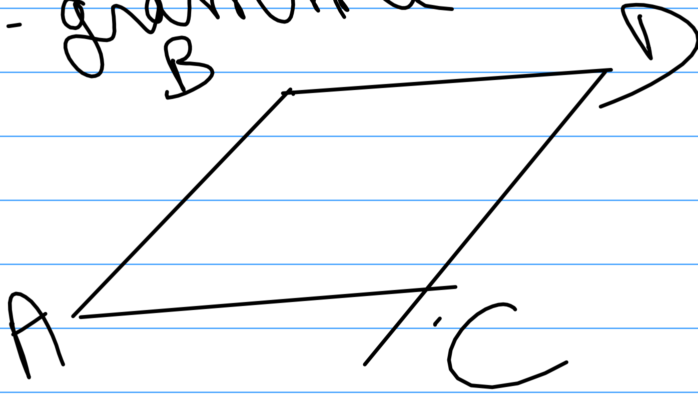
$\vec{AC}\begin{pmatrix}x-2\\y-5\\z+1\end{pmatrix}$

$$\vec{AC}=\vec{u} \iff \begin{cases}x-2=2\\y-5=-1\\z+1=4\end{cases} \iff \begin{cases}x=4\\y=4\\z=3\end{cases}$$

On a donc $\boxed{C(4;4;3)}$

2) $\vec{AB}\begin{pmatrix}0-2\\3-5\\4-(-1)\end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix}-2\\-2\\5\end{pmatrix}$

D tel que ABDC parallélo-gramme.



ABDC parallélogramme ssi $\vec{AB} = \vec{CD}$

Notons $(x;y;z)$ les coordonnées de D.

$$\vec{AB} = \vec{CD} \iff \begin{cases} -2 = x-4 \\ -2 = y-4 \\ 5 = z-3 \end{cases} \iff \begin{cases} x=2 \\ y=2 \\ z=8 \end{cases}$$

On a donc $\boxed{D(2;2;8)}$

3) K centre du parallélogramme est le milieu du point d'intersection des diagonales

K milieu de [AD]

$$K\left(\frac{x_A+x_D}{2}=2 \quad 7/2.\right)$$

$$K\begin{pmatrix} \dfrac{x_A+x_D}{2} \\ \dfrac{y_A+y_D}{2} \\ \dfrac{z_A+z_D}{2} \end{pmatrix} \qquad K\begin{pmatrix} 2 \\ 7/2 \\ 7/2 \end{pmatrix}$$

$\boxed{\text{37 p. 286}}$

1) $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BI}$

2) $\overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{AE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{EG}$

$\overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LJ}$

or $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{LJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EG}$

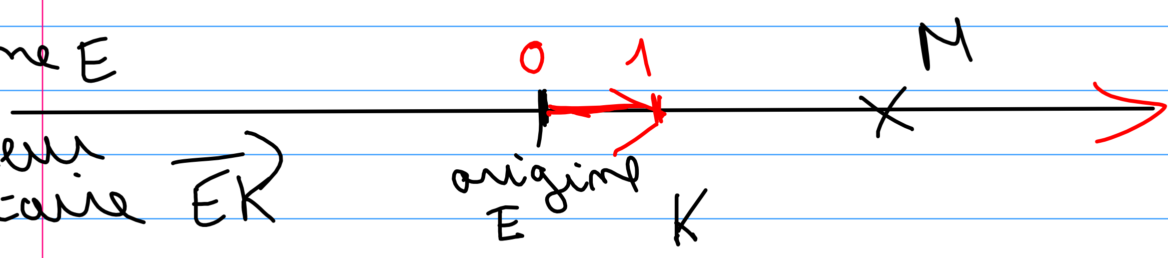
3) $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AI}$

en effet $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KI}$

Repérage d'un point sur une droite

origine E

vecteur unitaire $\overrightarrow{EK}$



M appartient à la droite (EK)
ssi il existe un réel t tel que

relation de colinéarité

$$\overrightarrow{EM} = t\,\overrightarrow{EK}$$

Dans l'espace les points repérés par des coordonnées dans un repère de l'espace $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$$E\begin{pmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \end{pmatrix} \qquad M\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad K\begin{pmatrix} x_K \\ y_K \\ z_K \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{EM} = t\,\overrightarrow{EK} \iff \begin{cases} x - x_E = t(x_K - x_E) \\ y - y_E = t(y_K - y_E) \\ z - z_E = t(z_K - z_E) \end{cases}$$

coordonnées de $\overrightarrow{EK}$ vecteur directeur de la droite

origine

$$\iff \begin{cases} x = x_E + t(x_K - y_E) \\ y = y_E + t(y_K - y_E) \\ z = z_E + t(z_K - z_E) \end{cases}$$

Il suffit de fixer t pour avoir x, y et z.

$\boxed{\text{n° 49 p. 287}}$

Soit la droite (AB.)

avec $A(-3;2;4)$

et $B(-1;1;4)$.

Un vecteur directeur de (AB)

est $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} -3-(-1) \\ 2-1 \\ 4-4 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Soit $M(x;y;z)$ un point de l'espace

$M \in (AB)$ ssi il existe un réel t tel que $\overrightarrow{BM} = t\overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x-(-1) \\ y-1 \\ z-6 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

avec $t \in \mathbb{R}$

$$M(x;y;z) \in (AB) \iff \begin{cases} x-(-1) = -2t \\ y-1 = 1\times t \\ z = 4\times t \end{cases}$$

$$M(x;y;z) \in (AB) \iff \begin{cases} x = -1 + t\times(-2) \\ y = 1 + t\times 1 \\ z = 0 + t\times 4 \end{cases}$$

coordonnées de M

coordonnées de B (l'origine)

coordonnées de $\overrightarrow{BA}$ vecteur directeur

avec $t \in \mathbb{R}$

Une autre représentation paramétrique de la droite paramétrique (AB) est avec l'origine A et le vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$ serait

$$(AB)\ \begin{cases} x = -3 + u\times 2 \\ y = 2 + u\times(-1) \quad \text{avec } u \in \mathbb{R} \\ z = 4 + u \times 4 \end{cases}$$

A — vecteur directeur $\vec{AB}$

$$\vec{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$\boxed{\text{n° 50 p. 287}}$

Δ de représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 3 + t \quad \text{avec } t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - t \end{cases}$$

1) Un vecteur directeur de Δ est $\vec{u}\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Un point de Δ est par exemple $A(1;3;1)$

2) Soit le point $M(-3;4;1)$

Pour déterminer si M appartient à Δ, on détermine si le système suivant admet une solution :

$$\begin{cases} -3 = 1-4t \\ 4 = 3+t \\ 1 = 1-t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ 1=t \\ t=0 \end{cases}$$

Les trois égalités sont incompatibles donc le système n'a pas de solution et le point M n'appartient pas à la droite.

3) Calculs de coordonnées d'autres points de la droite Δ.

On remplace t par une valeur :

Pour $t=1$ $\begin{cases} x = 1-4 = -3 \\ y = 3+1 = 4 \\ z = 1-1 = 0 \end{cases}$

$\therefore B(-3;4;0)$ appartient donc à Δ

4) On prend pour origine B et on garde le même vecteur directeur

$$\begin{cases} x = -3 - 4u \\ y = 4 + u \\ z = 0 - u \end{cases} \text{avec } u \in \mathbb{R}$$