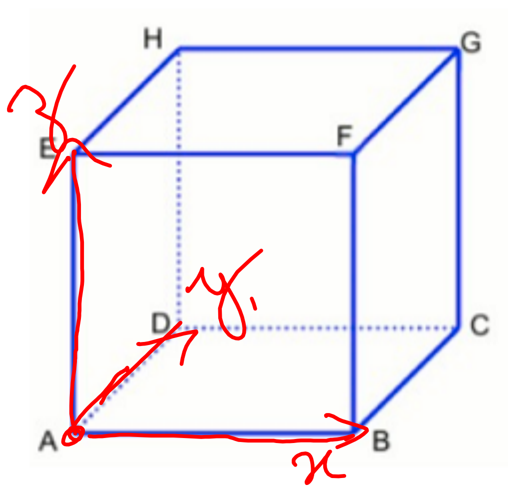
QCM correction

1)

Question 1 / 14

ABCDEFGH est un cube.



On considère le repère de l'espace $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$. Compléter l'équation suivante afin que ce soit une équation du plan (BCH) dans ce repère :

Pour déterminer une équation de (BCH), il faut un vecteur normal $\vec{n}$ au plan (BCH)

tel que : $\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{BC} \\ \text{et} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{CH} \end{cases}$

On peut proposer $\vec{n} = \overrightarrow{AF}$

On peut le vérifier par le produit scalaire :

$\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ car $F(1;0;1)$ et $A(0;0;0)$

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$ car $C(1;1;0)$ et $B(1;0;0)$

$\overrightarrow{CH}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$ car $H(0;1;1)$

On a $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{BC} = 1\times 0 + 0\times 1 + 1\times 0 = 0$

et $\overrightarrow{AF}.\overrightarrow{CH} = 1\times(-1) + 0\times 0 + 1\times 1 = 0$

$\overrightarrow{AF}$ est bien vecteur normal au plan (BCH)

Une équation du plan (BCH) est donc de la forme :

$ax + by + cz + d = 0$

avec $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}a=1\\b=0\\c=1\end{pmatrix}$

c'est-à-dire $x + z + d = 0$

Pour déterminer d on choisit un point du plan, par exemple $B(1\,;0\,;0)$

$B \in (BCH) \iff 1 + 0 + d = 0$

$\iff d = -1$

$$\boxed{\text{Une équation du plan } (BCH) \text{ est donc : } x + z - 1 = 0}$$

Question 2 :

Question 2 / 14

Dans un repère orthonormé, le plan P admet pour équation :

$$x - y + 2z - 4 = 0$$

Parmi les vecteurs suivants, lesquels sont normaux à P ?

Vecteurs normaux

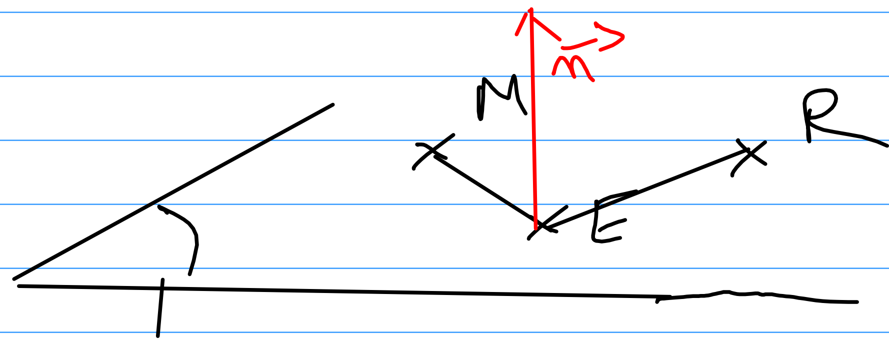
$\vec{u}\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$

ou $\vec{n}\,(1;-1;2)$

Question 3 :

Dans un repère orthonormé, on donne $M(1;3;0)$, $E(3;5;-2)$ et $R(4;8;-1)$.

Le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées $(-2;1;-1)$ est un vecteur normal au plan (MER) :



$\vec{n}$ normal au plan (MER) ssi $\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{ME} \\ \text{et} \\ \vec{n} \perp \vec{ER} \end{cases}$

Ici $\vec{n}\begin{pmatrix}-2\\1\\-1\end{pmatrix}$

$\vec{ME}\begin{pmatrix}2\\2\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{ER}\begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix}$

$$\vec{n}\cdot\vec{ME} = -2\times 2 + 1\times 2 + (-1)\times(-2) = 0$$

$$\vec{n}\cdot\vec{ER} = -2 + 3 + (-1)\times 1 = 0$$

$\vec{n}\cdot\vec{ME} = 0$ et $\vec{n}\cdot\vec{ER} = 0$

donc $\vec{n}$ normal au plan (MER)

Question 4 :

Utilisateur anonyme

Question 4 / 14

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, donner une équation cartésienne du plan passant par $A(-1, 4, 1)$ et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\vec{n}\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ normal au plan $\mathcal{P}$

qui a donc une équation de la forme : $5x - y + 2z + d = 0$

$A(-1;4;1) \in \mathcal{P} \iff 5\times(-1) - 4 + 2\times 1 + d = 0$

$\iff d = 7$

$\mathcal{P}$ d'équation $5x - y + 2z + 7 = 0$

Question 5 :

Question 5 / 14

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne les points $A(-1;7;4)$, $B(-2,10,5)$ et , $C(3;6;-1)$.
Donner l'équation cartésienne du plan (ABC)

$\vec{AB}\begin{pmatrix}-1\\3\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{AC}\begin{pmatrix}4\\-1\\-5\end{pmatrix}$

On recherche un vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$

tel que $\begin{cases}\vec{n}\cdot\vec{AB}=0\\ \vec{n}\cdot\vec{AC}=0\end{cases}$ avec $\vec{n}\neq\vec{0}$.

$\begin{cases}\vec{n}\cdot\vec{AB}=0\\ \vec{n}\cdot\vec{AC}=0\end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases}-a+3b+c=0\\ 4a-b-5c=0\end{cases}$

On a un système de deux équations à 3 inconnues. On va fixer une incon-nue comme paramètre et résoudre le sous-système constitué des deux autres inconnues en fonction de ce paramètre

On fixe comme paramètre a

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{AB} = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3b + c = a \\ -b - 5c = -4a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = a - 3b \\ -b - 5(a-3b) = -4a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = a - 3b \\ 14b = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{11}{14}a \\ b = \frac{a}{14} \end{cases}$$

Un vecteur solution du système est de la forme $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ \frac{a}{14} \\ \frac{11}{14}a \end{pmatrix}$ avec $a \neq 0$

Par exemple $\vec{n}\begin{pmatrix} 14 \\ 1 \\ 11 \end{pmatrix}$ est tel que

$\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$ et $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$

et donc c'est un vecteur

normal au plan (ABC)
qui a une équation de
la forme :

$$14x + y + 11z + d = 0$$

$A(-1;7;4) \in (ABC) \iff -14 + 7 + 44 + d = 0$

$\iff 37 + d = 0$

$\iff d = -37$

Une équation de (ABC) est
de la forme :

$$14x + y + 11z - 37 = 0$$

Question 6 :

Question 6 / 14

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne :

le plan (P) d'équation cartésienne $x - y - 2z - 1 = 0$

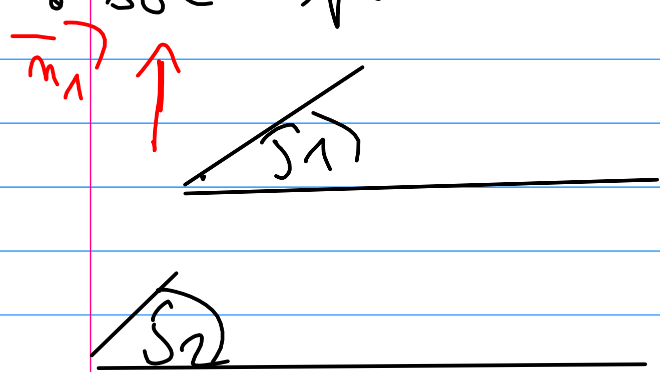
et le plan (Q) d'équation cartésienne $-2x + 2y - 4z - 1 = 0.$

Lintersection de (P) et (Q)

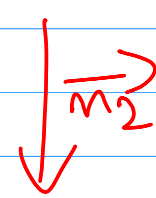
Deux plans peuvent être :

- soit sécants : S_1 et S_2 sécants ssi vecteurs normaux non colinéaires

- soit parallèles :



$S_1 // S_2$ ssi leurs vecteurs normaux sont colinéaires



(P) d'équation $x - y - 2z - 1 = 0$
donc de vecteur normal

$$\overrightarrow{n_1}\begin{pmatrix}1\\-1\\-2\end{pmatrix}$$

(Q) d'équation $-2x + 2y - 4z - 1 = 0$
donc de vecteur normal

$$\overrightarrow{n_2}\begin{pmatrix}-2\\2\\-4\end{pmatrix}$$

$\frac{-4}{-2} \neq \frac{2}{-1}$ donc $\overrightarrow{n_1}$ et $\overrightarrow{n_2}$ ne sont pas colinéaires
donc (P) et (Q) sont sécants
selon une droite

Question 7 :

Question 7 / 14

Dans un repère de l'espace, on donne un plan P d'équation

$$3x - 2y - 10 = 0$$

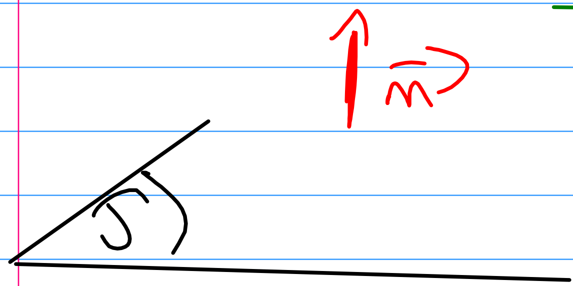
et une droite d sécante à P dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = -6t + 6 \\ y = 4t - 9 \\ z = 1 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

La droite d et le plan P sont :

- P de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -10 \end{pmatrix}$
- d de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$
- Une droite et un plan peuvent être :
- sécants : $\mathcal{D} \not\parallel \mathcal{P} \iff \vec{n} \cdot \vec{u} \neq 0$

• parallèles : $\mathcal{D}$ $\vec{u}$ $\Rightarrow$



$\mathcal{D} \parallel \mathcal{P} \iff \vec{n} \cdot \vec{u} = 0$

$\vec{n} \cdot \vec{u} = -18 - 8 + 0 \neq 0$

donc $\vec{n} \cdot \vec{u} \neq 0$

donc $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$ sont sécants.

Si $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$ sont sécants

alors $\mathcal{D}$ est perpendiculaire

à $\mathcal{P}$ ssi $\vec{u}$ colinéaire $\vec{n}$.

Ici $\vec{u}\begin{pmatrix}-6\\4\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\-2\\10\end{pmatrix}$

ne sont pas colinéaires

donc $\mathcal{D}$ et $\mathcal{P}$ sont sécants

et $\mathcal{D}$ n'est pas perpendicu

- laisse au plan .